

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 30

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО СКОРОСТИ
ИСТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР**

**Работу поставили ст. преп. Овчинникова Т. Л.
и ст. преп. Богданов А.Е.**

Москва - 2012

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы. Целью работы является определение коэффициента вязкости η дистиллированной воды при комнатной температуре по скорости её истечения через капилляр.

Понятие вязкости. При движении соприкасающихся слоёв жидкости или газа друг относительно друга между ними действуют силы *внутреннего трения*, или силы *вязкости*. Например, если размешать жидкость в стакане, то её движение из-за наличия сил вязкости постепенно прекратится. Величина силы вязкости F , как следует из опыта, прямо пропорциональна площади S соприкасающихся слоёв жидкости и градиенту скорости их движения по перпендикулярному ей направлению r , т. е. производной dv/dr (формула Ньютона):

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| S. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности η в формуле (1) называется *коэффициентом вязкости* или просто *вязкостью*. Единицей измерения вязкости в СИ служит паскаль-секунда (Па·с)¹. Определённый таким образом коэффициент вязкости η в литературе называется также *динамическим коэффициентом вязкости*. Примерами жидкостей с небольшой вязкостью могут служить вода ($\eta = 1.004 \cdot 10^{-3}$ Па·с при 20°C и при атмосферном давлении), бензин, а с большой вязкостью -- глицерин $C_3H_8O_3$ ($\eta = 1.393$ Па·с при 18°C), масло, смола. С увеличением температуры вязкость жидкостей уменьшается.

При течении жидкости или газа внутри трубки или капилляра наличие сил вязкости приводит к тому, что скорость течения v зависит от расстояния до оси трубки r (см. рис. 1, где изображён фрагмент капилляра, и стрелками условно обозначены векторы скорости течения). Скорость равна нулю

¹) 1 Пуаз=0.1 Па·с

непосредственно вблизи стенок трубки ($v(R)=0$), а на её оси при $r=0$ достигает максимального значения v_0 . Природа вязкости в жидкостях имеет сложный характер и связана с непосредственным электрическим взаимодействием молекул.

В рассмотренном примере (рис. 1) характер течения по трубке зависит от скорости течения v , плотности ρ и вязкости η движущейся среды. Количественно эта зависимость определяется значением числа Рейнольдса $Re=\rho vl/\eta$ (l -- характерный размер трубки, например её радиус). При

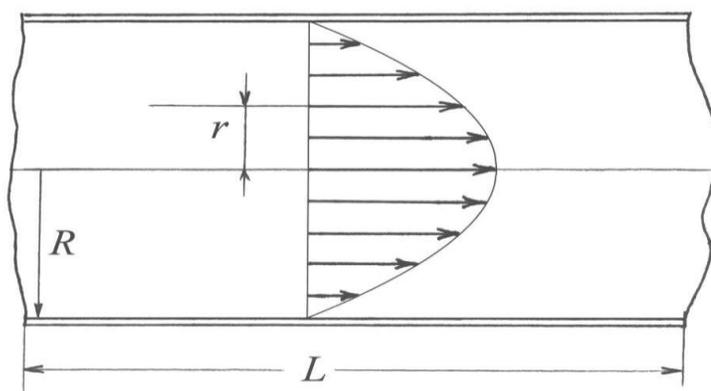


Рис. 1

небольших значениях Re течение будет *ламинарным* и *стационарным*. Ламинарный характер течения означает, что слои жидкости не перемешиваются между собой, в этом случае можно выделить линии или трубки тока, по которым движется жидкость. Течение является стационарным, если его скорость в каждой точке не зависит от времени и имеет постоянное значение. При превышении числом Re некоторой величины характер течения становится вихревым, или *турбулентным*.

Как показывает расчёт, при ламинарном течении скорость течения зависит от расстояния r до оси трубки по параболическому закону: $v(r)=v_0(1-r^2/R^2)$.

При ламинарном течении жидкости (или газа) с плотностью ρ и вязкостью η вдоль трубки с внутренним радиусом R и длиной L расход θ жидкости определяется формулой Пуазейля:

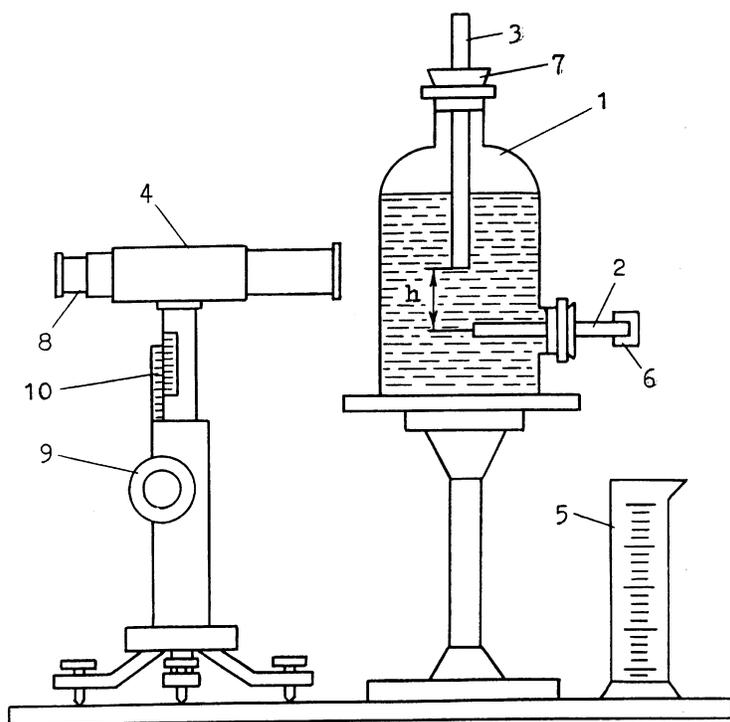
$$\theta = \frac{\pi \rho R^4 \Delta P}{8 \eta L} \quad (2)$$

где ΔP -- разность давлений на концах трубки. По ходу течения давление уменьшается. Величина расхода θ показывает, какая масса жидкости проходит за единицу времени через поперечное сечение трубки с учётом действия сил вязкого трения. Формула Пуазейля (2) является следствием формулы Ньютона (1).

Существенным отличием сил внутреннего трения, действующих между слоями жидкости или газа, от сил трения, действующих между твердыми телами, состоит в том, что для твердых тел существует трение покоя, тогда как жидкости (газы) им не обладают. Для того, чтобы придать скорость плавающему на воде телу, достаточно малейшего усилия. Сила сопротивления, обусловленная вязкостью, при небольших скоростях движения пропорциональна скорости, а для твердых тел сила трения скольжения от скорости практически не зависит.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД

Вода вытекает из сосуда Мариотта (1) (см. рис. 2) через трубку малого диаметра - капилляр (2) и наполняет измерительную мензурку с нанесёнными



делениями (5). Сосуд Мариотта позволяет поддерживать постоянной разность давлений ΔP между концами капилляра. Измеряется время t заполнения мензурки водой при различных значениях h - высоты столба жидкости в сосуде Мариотта между осью капилляра и нижним концом вертикальной трубки (3). Определяется объём воды Q , протекающей через капилляр в единицу времени, который связан с θ из формулы (2) соотношением:

Рис. 2

$$Q = \frac{\theta}{\rho} \quad (3)$$

Коэффициент вязкости η рассчитывается через тангенс угла наклона прямой $tg\varphi = \Delta Q / \Delta h$, соответствующей зависимости расхода Q от высоты h (см. ниже).

ВЫВОД РАСЧЕТНОЙ ФОРМУЛЫ

При небольшой величине разности давлений ΔP по сравнению с атмосферным давлением p_0 течение воды по капилляру (2) имеет ламинарный характер, поэтому для расчета коэффициента вязкости η можно воспользоваться формулой Пуазейля (2). В данном случае, как уже указывалось выше, под расходом воды Q удобнее рассматривать её объём, вытекший за единицу времени. Разность давлений ΔP на концах капилляра определяется: 1) согласно закону Паскаля гидростатическим давлением ρgh и 2) давлением Δp_n , обусловленного силами поверхностного натяжения:

$$\Delta P = \rho gh - \Delta p_n \quad (4)$$

Давление Δp_n возникает за счёт искривления поверхности воды у нижнего конца трубки (3) и возникновения пузырей воздуха при истечении воды через капилляр, а также возникновения капель воды у правого конца капилляра (2). Ясно, что давление Δp_n будет уменьшать величину результирующего давления ΔP , поэтому в формуле (4) перед ним стоит знак «минус». Подставляя выражение (4) в формулу Пуазейля (2) и учитывая выражение (3), получим:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi \Delta P R^4}{8\eta L} = \frac{\pi \rho gh R^4}{8\eta L} - \frac{\pi \Delta p_n R^4}{8\eta L} \quad (5)$$

Здесь V – объём воды, вытекшей за время t , L – длина капилляра, R – его радиус. Введём обозначения:

$$A = \frac{\pi \rho g R^4}{8\eta L}, \quad B = \frac{\pi \Delta p_n R^4}{8\eta L} \quad (6)$$

Выражение (5) для расхода воды запишется в виде:

$$Q = Ah - B. \quad (7)$$

Значение коэффициента вязкости η определяется через тангенс A угла наклона прямой (7) $Q(h)$ по формуле:

$$\eta = \frac{\pi \rho g R^4}{8LA}. \quad (8)$$

ИЗМЕРЕНИЯ

Время t истечения воды измеряется секундомером, объем V вытекшей воды -- мензуркой (5), что позволяет определить расход $Q = V/t$. Высота столба жидкости h измеряется с помощью горизонтального микроскопа (4), закрепленного на стойке. Длина капилляра L измеряется миллиметровой линейкой. Особое внимание нужно обратить на измерение радиуса (диаметра D) капилляра R ($D = R/2$), поскольку эта величина входит в формулу (8) в четвертой степени и точность её измерения во многом определяет погрешность опыта. Рассмотрим на примере микроскопа Мир-12 (рис. 3) порядок действий по измерению внутреннего диаметра капилляра.

1. Закрепить вертикально капилляр (1) вместе с пробкой в специальном держателе (2) и поместить в прорезь предметного столика микроскопа Мир-12. Установить капилляр так, чтобы его торец был виден в окуляр.

2. Провести грубую фокусировку посредством вертикального перемещения микроскопа. Для этого предварительно освободить винт (3), затем вращением оправы (4) навести окуляр на резкость по изображению штриха и шкалы окуляра.

3. Провести точную фокусировку вращением объектива за нижний накатанный поясок (5) и закрепить объектив контргайкой (6).

4. Совместить с помощью микрометрического винта (7) штрих окуляра микроскопа с левым краем внутреннего диаметра капилляра и сделать отсчёт S_1 по миллиметровой шкале (8) и по барабану винта (9), цена

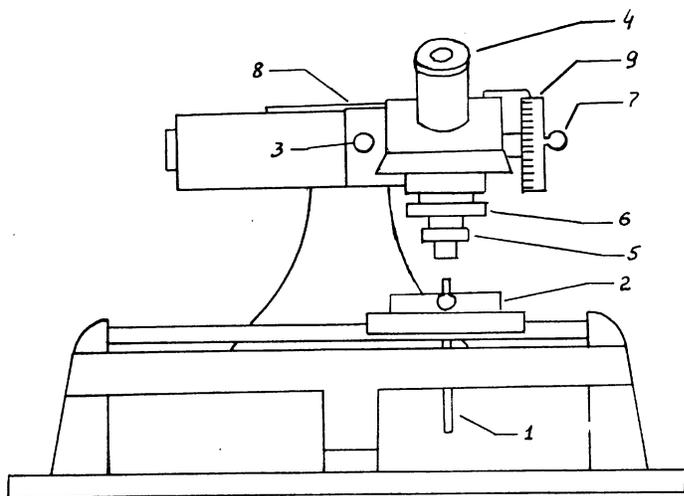


Рис. 3

деления которого составляет 0.01 мм.

Так, например, показанием микроскопа для случая, приведенного на рис. 4, следует считать 16.03 мм. При измерениях вращать барабан в одну сторону, медленно подводя штрих окуляра к краю капилляра. Если край капилляра окажется пройденным, то вернуться назад на половину барабана и подвести штрих окуляра заново.

5. Совместить штрих окуляра с правым краем внутреннего диаметра и также провести отсчёт S_2 . Разность отсчётов для левого и правого краёв капилляра даст искомый диаметр.

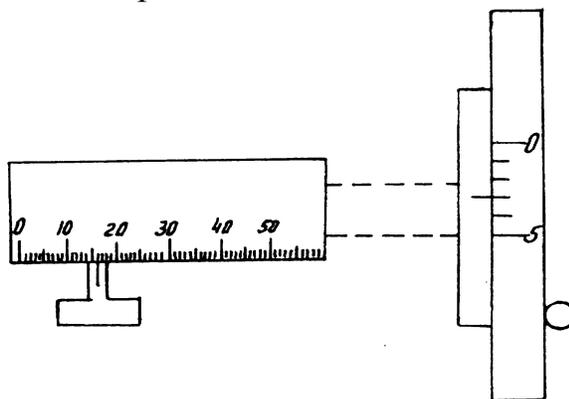


Рис. 4

6. Внутренний диаметр капиллярной трубки измерить по нескольким направлениям сначала на одном, а затем на другом конце трубки (в Таблице 1 концы капилляра обозначены буквами *A* и *B*). Полученные результаты записать в Таблицу 1 (см. ниже) и усреднить.

При проведении измерений необходимо выполнить следующие операции

1. Плотно вставить капилляр вместе с резиновой пробкой в боковое отверстие сосуда Мариотта и закрыть капилляр резиновой пробкой (6). Налить в сосуд дистиллированную воду и плотно закрыть горловину сосуда пробкой (7) с вставленной в нее трубкой (3) (рис. 2).

2. Вращением оправы окуляра (8) микроскопа (4) сфокусировать окуляр на шкалу отсчёта. Если шкала расположена не вертикально, повернуть тубус микроскопа. Вращением головки (9) кремальеры стойки установить микроскоп на уровне оси капилляра и, двигая микроскоп по столу, добиться чёткого изображения торца капилляра и конца трубки одновременно. Следует учесть, что микроскоп дает перевёрнутое изображение, поэтому изображение трубки оказывается ниже изображения

капилляра.

3. Установить расстояние между центром капилляра и концом трубки равным приблизительно 25-30 мм. Вращением головки (9) установить горизонтальный штрих окуляра на центр капилляра. Произвести отсчёт положения h_0 оси капилляра по нониусу (10) на стойке микроскопа (4) с точностью до десятых долей миллиметра относительно нулевого деления неподвижной шкалы (10) и записать это показание в Таблицу 2.

4. Поднимая микроскоп (4) вращением головки (9), установить горизонтальный штрих на нижний конец трубки (3). Произвести точный отсчёт с точностью до десятых долей миллиметра положения конца трубки h_{0i} (для первого положения трубки $i=1$) относительно нулевого деления неподвижной шкалы (10) и записать это показание в Таблицу 2. Разность отсчётов $h_{0i} - h_0$ равна значению высоты конца трубки h_i по отношению к оси капилляра.

5. Поставить под капилляр любой сосуд для сбора воды, снять с капилляра пробку (6), при этом вода начнёт вытекать из сосуда Мариотта. Дождаться появления на нижнем конце трубки (3) пузырьков воздуха. После этого в сосуде установится нужное распределение давления и можно приступать к измерению расхода воды.

6. Поставить под капилляр мензурку, включить секундомер и измерить время t_i , в течение которого наполнится некоторый её объём V_i (например, 10 мл).

7. Надеть пробку (6) на капилляр, одновременно выключив секундомер. Зафиксировать точное значение объёма вытекшей воды V_i по делениям мензурки. Записать значения V_i , t_i в Таблицу 2.

Таблица 1

№	Конец капилляра	Положения концов диаметра капилляра S_1 и S_2 по шкале микроскопа, мм		Диаметр капилляра $D= S_1-S_2 $, мм	Радиус капилляра $R=D/2$, мм
		S_1	S_2		
1	A				
2	A				
3	A				
4	B				
5	B				
6	B				
Среднее значение радиуса капилляра $R=...$					

Таблица 2

$h_0 = \dots$ мм		$L = \dots$ мм, \dots м					
i	Результат измерения h_{0i} , мм	Расстояние между осью капилляра и концом трубки (3), $h_i = h_{0i} - h_0$		Объем вытекшей воды V_i		Время t_i , с	Расход $Q_i = V_i/t_i$, [м ³ /с]
		мм	м	мл	м ³		
1							
2							
3							
4							
5							

8. Измерить время вытекания определённого объёма воды при всех значениях h_i ($i=2, 3, 4, 5$), осторожно поднимая трубку (3) примерно на 10 мм для каждого нового значения и повторяя операции пп. 4-7. При установлении нового значения h_i для удобства можно измерять линейкой верхний отрезок трубки (3) между её верхним концом и резиновой пробкой. Величина этого отрезка для каждого нового значения h_i должна увеличиваться примерно на 10 мм по сравнению с предыдущим значением.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Рассчитать расход воды Q_i для каждого значения h_i . Изобразить полученные результаты на графике, отложив по оси абсцисс h_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$) а по оси ординат Q_i . При нарушении ламинарного характера течения разность давлений растёт быстрее, чем расход, поэтому для определения коэффициента вязкости η пригоден только прямолинейный участок графика.

Рассчитать тангенс A угла наклона полученной прямой $Q(h)$ и по формуле (8) определить значение коэффициента вязкости η . Проводить прямую через полученные экспериментальные точки нужно таким образом, чтобы расстояние от прямой до точек было наименьшим или обработать экспериментальные результаты методом наименьших квадратов. Для определения тангенса A можно построить прямоугольный треугольник, гипотенуза которого является отрезком полученной прямой, и взять отношение соответствующих катетов, параллельных координатным осям.

Примечания

По указанию преподавателя значения внутренних диаметров

капилляра, через который вытекает вода, можно взять у лаборанта. Для ознакомления с работой микроскопа Мир-12 можно использовать контрольный капилляр. Для получения значения вязкости η в единицах Па*с необходимо объем V_i выразить в м³, а высоту h_i , радиус капилляра R и его длину L в метрах. Оценка погрешностей производится по указанию преподавателя.

$$1 \text{ миллилитр (мл)} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ дм}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

$$1 \text{ миллиметр (мм)} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$\text{Плотность воды при } 20^\circ\text{C } \rho = 998.23 \text{ кг/м}^3$$

$$\text{Ускорение свободного падения } g = 9.81 \text{ м/с}^2$$

Вопросы для самопроверки

1. В каких случаях в жидкостях и газах возникают силы внутреннего трения (силы вязкости)?

2. Запишите формулу, связывающую силу F внутреннего трения с модулем градиента скорости $|dv/dr|$ и площадью S соприкасающихся слоёв жидкости или газа (формулу Ньютона). Дайте определение коэффициента вязкости η .

3. Как изменяется вязкость жидкостей с увеличением температуры?

4. Приведите примеры жидкостей с относительно большой и малой вязкостью.

5. Какое течение жидкости называется ламинарным и стационарным?

6. Как связан расход жидкости θ при её течении по капилляру с разностью давлений ΔP на концах этого капилляра (формула Пуазейля)?

7. Как зависит скорость v течения жидкости по капилляру круглого сечения от расстояния r до его оси? Изобразите на рисунке несколько векторов скорости течения для разных расстояний от оси капилляра.

8. Опишите принцип действия сосуда Мариотта. С какой целью в сосуд вставлена вертикальная трубка, сообщающаяся с атмосферой?

9. Чему равна разность давлений на концах капилляра, через который вытекает жидкость из сосуда Мариотта?

10. Какой график необходимо построить на основе экспериментальных данных (т.е. какие величины и какой размерности следует отложить по осям OX и OY)? Как определить коэффициент вязкости η воды из полученной зависимости? Записать расчётные формулы для тангенса A угла наклона соответствующей прямой и коэффициента вязкости η .

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Д.В. «Механика», изд. Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова 1998, глава VI, § 29 – Движение вязкой жидкости, с. 91-93.
2. Савельев И. В. «Курс общей физики» в 5-и книгах.
Книга I «Механика», 1998 г.,
гл. 9, Гидродинамика,
§ 9.4 Силы внутреннего трения,
§ 9.5 Ламинарное и турбулентное течения,
§ 9.7 Движение тел в жидкостях и газах.