

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 40

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ
ТЕПЛОЁМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ
ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ОБЪЁМЕ

Описание составили
доцент Авксентьев Ю. И. ст. преп. Овчинникова Т.Л.,
доцент Скипетрова Л. А.

Москва - 2011

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЁМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ОБЪЁМЕ.

Цель работы – изучение процессов в идеальных газах, определение отношения теплоёмкостей $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Краткое теоретическое введение.

Удельной теплоёмкостью вещества называется величина, численно равная количеству теплоты δQ , которую необходимо сообщить единице массы вещества для увеличения её температуры на один Кельвин:

$$C_m = \frac{\delta Q}{m dT}. \quad (1)$$

Теплоёмкость одного моля вещества называется молярной теплоёмкостью:

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\frac{m}{\mu} dT}, \quad (2)$$

где m - масса, μ - молярная масса вещества.

Значение теплоёмкости газов зависит от условий их нагревания. Согласно первому закону термодинамики количество теплоты δQ , сообщённое системе, расходуется на изменение внутренней энергии dU и на выполнение системой работы δA против внешних сил:

$$\delta Q = dU + \delta A \quad (3)$$

Следует отметить, что внутренняя энергия U является однозначной функцией термодинамического состояния, то есть в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией, которая не зависит от того, как система пришла в данное состояние. Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

При увеличении температуры на dT градусов внутренняя энергия идеального газа изменяется на величину dU ,

где

$$dU = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT. \quad (4)$$

В формуле (4) i – число степеней свободы молекулы, под которым подразумевается число независимых координат, полностью определяющих положение молекулы в пространстве, R – универсальная газовая постоянная ($R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль } K)$).

В ряде задач молекулу одноатомного газа можно рассматривать как материальную точку, которой приписываются три степени свободы поступательного движения, $i = 3$. В классической механике молекула двухатомного газа при нормальных условиях рассматривается как совокупность двух материальных точек, жестко связанных недеформируемой связью. Эта

система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени вращательного движения. Вращение вокруг третьей оси (оси, проходящей через оба атома) не меняет положения молекулы в пространстве. Таким образом, двухатомный газ обладает пятью степенями свободы, $i = 5$.

При расширении газа на бесконечно малый объем dV он совершает работу δA

$$\delta A = p dV, \quad (5)$$

где p , давление газа.

Полная работа, совершаемая газом при изменении его объема от V_1 до V_2 , находится интегрированием (5):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Если газ нагревать при постоянном объеме $V = const$, то работа равна нулю и согласно первому закону термодинамики (3) всё полученное газом количество теплоты расходуется только на увеличение его внутренней энергии $\delta Q_V = dU$ и, учитывая (4), молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R. \quad (6)$$

Если газ нагревать при постоянном давлении $P = const$, то полученное газом количество теплоты расходуется на увеличение внутренней энергии dU и выполнение работы δA

$$\delta Q_P = dU + P dV.$$

В этом случае молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном давлении равна

$$C_P = \frac{dU}{dT} + P \left(\frac{dV}{dT} \right)_P. \quad (7)$$

Из уравнения состояния идеального газа (уравнения Клапейрона-Менделеева)

$$PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

следует, что для моля газа при $P = const$,

$$P dV = R dT.$$

Из полученного равенства находим:

$$P \left(\frac{dV}{dT} \right)_P = R.$$

Так как $\frac{dU}{dT} = C_V$, то для теплоемкости газа при постоянном давлении C_P из (7)

получаем выражение

$$C_P = C_V + R = \frac{i+2}{2} R. \quad (8)$$

Уравнение $C_P = C_V + R$ носит название уравнения Майера.

Из (6) и (8) находим, что отношение теплоемкостей C_p/C_v равно:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}. \quad (9)$$

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой, $\delta Q = 0$. На практике адиабатический процесс может быть осуществлён в системе, окружённой теплоизолирующей оболочкой, но поскольку для теплообмена необходимо некоторое время, то адиабатным можно считать также процесс, который протекает так быстро, что система не успевает вступить в теплообмен с окружающей средой. Например, адиабатическими являются процессы сжатия и разряжения воздуха при распространении в нем звуковой волны. Эти процессы протекают настолько быстро, что обменом энергией между областями, в которых эти процессы протекают, и окружающей средой можно пренебречь.

Первый закон термодинамики с учётом (4)-(6) для адиабатного процесса имеет вид

$$\frac{m}{\mu} C_v dT = -PdV. \quad (10)$$

Продифференцировав уравнение Клапейрона-Менделеева

$$PdV + VdP = \frac{m}{\mu} R dT$$

и подставляя dT в формулу (10), получим

$$(C_v + R)PdV + C_v VdP = 0.$$

Учитывая соотношение между молярными теплоёмкостями C_p и C_v идеального газа (уравнение Майера), а также соотношение (9), получим:

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0.$$

После интегрирования и небольших преобразований будем иметь:

$$PV^\gamma = const. \quad (11)$$

Уравнение (11) называется уравнением адиабаты (уравнением Пуассона), а введённая в (9) величина γ – показателем адиабаты.

Теория метода.

Метод определения показателя адиабаты, предложенный Клеманом и Дезормом (1819 г.), основывается на изучении параметров некоторой массы газа, переходящей из одного состояния в другое двумя последовательными процессами - адиабатным и изохорным. Эти процессы на диаграмме $P-V$ (рис.1) изображены кривыми соответственно 1-2 и 2-3. Если в сосуд, соединённый с дифференциальным датчиком давления, накачать воздух и подождать до установления теплового равновесия с окружающей средой, то в этом начальном состоянии 1 газ имеет параметры P_1, V_1, T_1 , причём температура газа в сосуде

равна температуре окружающей среды $T_1 = T_0$, а давление $P_1 = P_0 + P'$ немного больше атмосферного.

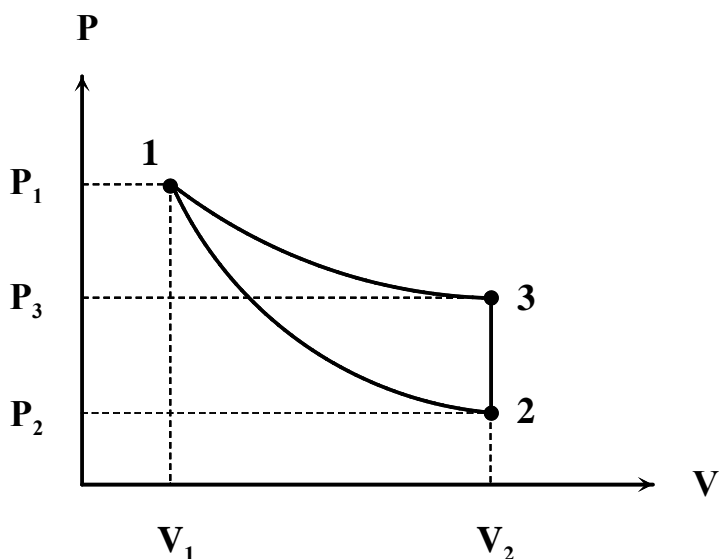


Рис. 1

Если теперь на короткое время соединить сосуд с атмосферой, то произойдет адиабатное расширение воздуха. При этом воздух в сосуде перейдет в состояние 2, его давление понизится до атмосферного $P_2 = P_0$. Масса воздуха, оставшегося в сосуде, которая в состоянии 1 занимала часть объема сосуда, расширяясь, займет весь объем V_2 . При этом температура воздуха, оставшегося в сосуде, понизится до T_2 . Поскольку процесс 1-2 – адиабатный, к нему можно

применить уравнение Пуассона (6.11):

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad \text{или} \quad \frac{T_1^\gamma}{P_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2^\gamma}{P_2^{\gamma-1}}.$$

Отсюда

$$\left(\frac{P_0 + P'}{P_0} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_0}{T_2} \right)^\gamma. \quad (12)$$

После кратковременного соединения сосуда с атмосферой охлажденный из-за адиабатного расширения воздух в сосуде будет нагреваться (процесс 2-3) до температуры окружающей среды $T_3 = T_0$ при постоянном объеме $V_3 = V_2$. При этом давление в сосуде поднимется до $P_3 = P_2 + P''$.

Поскольку процесс 2-3 – изохорный, к нему можно применить закон Шарля:

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3},$$

Отсюда

$$\frac{P_0 + P''}{P_0} = \frac{T_0}{T_2}. \quad (13)$$

Из уравнений (12) и (13) получим:

$$\left(\frac{P_0 + P'}{P_0} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_0 + P''}{P_0} \right)^\gamma.$$

Прологарифмируем:

$$(\gamma - 1) \ln \left(1 + \frac{P'}{P_0} \right) = \gamma \ln \left(1 + \frac{P''}{P_0} \right).$$

Поскольку избыточные давления P' и P'' очень малы по сравнению с атмосферным давлением P_0 , и учитывая, что при $x \ll 1$ $\ln(1+x) \approx x$, будем иметь

$$(\gamma - 1)P' = \gamma P'',$$

Откуда

$$\gamma = \frac{P'}{P' - P''}. \quad (14)$$

В данной задаче избыточные давления P' и P'' измеряют с помощью дифференциального датчика давления.

Измерительная установка.

Для определения отношения теплоёмкостей воздуха $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ предназначена экспериментальная установка ФПТ1-6, общий вид которой показан на рис. 2.

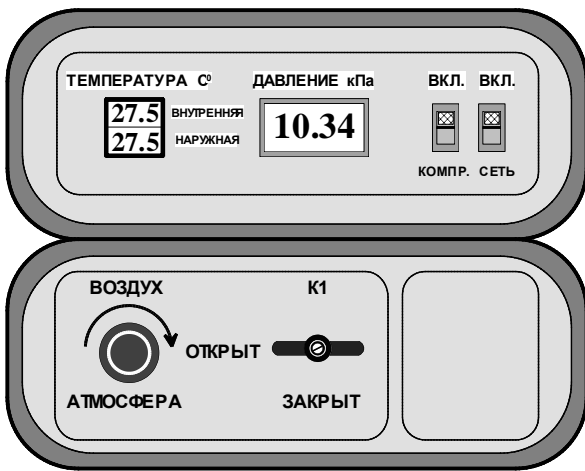


Рис. 2 Общий вид установки

Установка состоит из металлического сосуда ёмкостью 3,5 литра, соединённого с микрокомпрессором. Микрокомпрессор включается переключателем «Компрессор», установленным на передней панели установки. Пневмокран «Атмосфера», позволяет при повороте его по часовой стрелке до щелчка кратковременно соединить металлический сосуд с атмосферой.

Давление в металлическом сосуде измеряется дифференциальным датчиком давления типа МПХ10др. В установке предусмотрен также контроль температуры как внутри колбы, так и снаружи. Принципиальная схема установки изображена на рис. 3.

Порядок выполнения работы.

1. Включить установку выключателем «Сеть». Открыть кран К1.
2. Для подачи воздуха в сосуд включить переключатель «Компрессор».
3. С помощью измерительного прибора «давление» контролируют давление в сосуде. Когда давление в сосуде достигнет P' кПа, закрыть кран К1 и отключить подачу воздуха.
4. Подождать 2...3 минуты, пока температура воздуха в сосуде сравняется с температурой окружающего воздуха T_0 , в сосуде при этом установится постоянное давление P' . Полученное значение P' занести в таблицу.

Таблица.

№ изм.	P' , кПа	P'' , кПа	γ

5. На короткое время соединить сосуд с атмосферой, повернув пневмоклапан «Атмосфера» по часовой стрелке до щелчка.

6. Подождать 2...3 минуты, пока температура воздуха в сосуде сравняется с температурой окружающего воздуха T_0 , в сосуде при этом установится постоянное давление P'' . Полученное значение P'' занести в таблицу.
7. Повторить измерения по пп. 2-6 не менее 10 раз при различных значениях величины P' .
8. Выключить установку выключателем «Сеть».

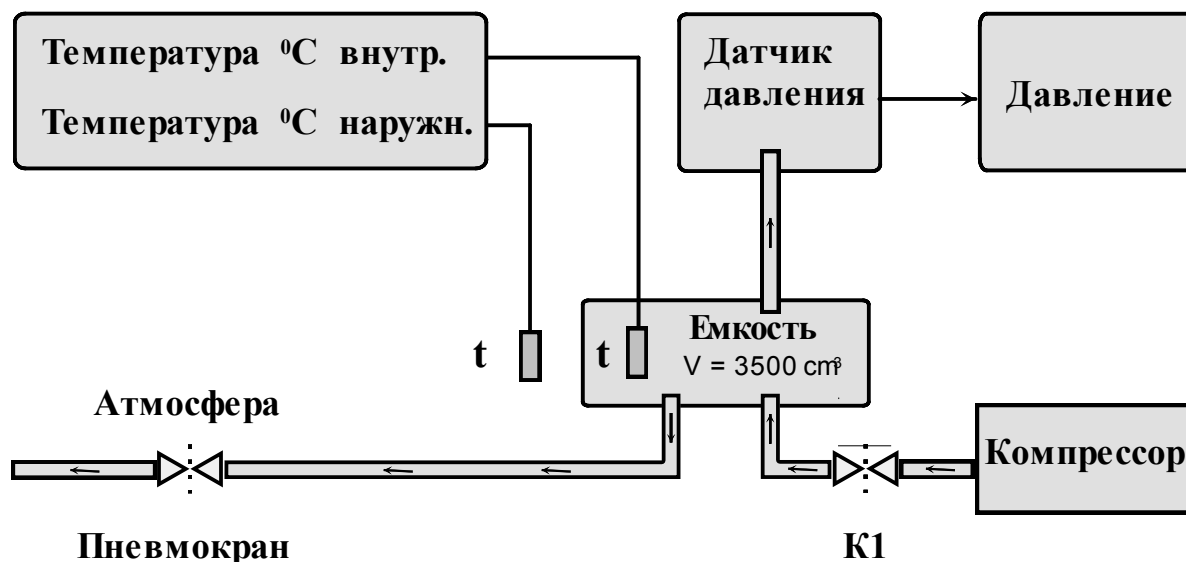


Рис. 3 Принципиальная схема установки

Обработка результатов измерения.

1. Для каждого измерения по формуле (16) определить отношение теплоёмкостей γ . Найти среднее значение $\langle \gamma \rangle$.
2. Оценить погрешность результатов измерения.

Контрольные вопросы и задания.

1. Что такое изопроцессы и каким законам они подчиняются? Нарисуйте графики этих процессов.
2. Сформулируйте первый закон термодинамики. Запишите этот закон для изобарного, изохорного, изотермического и адиабатного процессов.
3. Дайте определение удельной и молярной теплоёмкости. В каких единицах СИ они измеряются?
4. Дайте определение числа степеней свободы молекулы. Чему равна величина i для 1, 2 и 3-атомных молекул идеальных газов?
5. Какой процесс называется адиабатным? Выведите уравнение Пуассона.
6. Рассчитайте теоретическое значение показателя адиабаты для 1, 2 и 3-атомных молекул идеальных газов.

7. В чём заключается метод Клемана и Дезорма для определения отношения $\frac{C_p}{C_v}$?
8. Опишите рабочий цикл экспериментальной установки по $P-V$ -диаграмме.
9. Выведите расчётную формулу для определения γ .
10. Как и почему изменяется температура газа в сосуде при проведении опыта?

ЛИТЕРАТУРА.

1. Савельев И.В. «Курс общей физики» т. 1, изд.М.«Наука», 1989, часть 2, гл. 10,
§ 67 Первое начало термодинамики.
§ 68 Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.
§ 69 Уравнение адиабаты идеального газа.
§ 72 Классическая теория теплоемкости идеального газа.
2. Савельев И. В. Курс общей физики: уч. пособие. в 5 кн. кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. М. Наука Физматлит, 1998. Глава 1. Предварительные сведения.
§ 1.9 Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа..
§ 1.10 Уравнение адиабаты идеального газа.