

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ
ПОМОЩИ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОЙ ВАННЫ

(теоретическое введение к задаче №1 из раздела
«Электричество и магнетизм»)

Доцент Пустовалов Г.Е.

Москва - 2012

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ ПОМОЩИ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОЙ ВАННЫ

Целью задачи является изучение электростатического поля, создаваемого электродами различной формы в плоском случае¹. В частности, может быть исследовано поведение эквипотенциальных поверхностей и линий напряженности вблизи поверхности проводника. В задаче рассматриваются также принципы моделирования физических явлений.

Принадлежности: ванна с водой, набор электродов, цифровой вольтметр с зондом.

Моделирование

Задача о движении зарядов в электрическом поле

Для ряда практических целей (расчета электронно-лучевых трубок телевизоров и осциллографов, фотоумножителей, электронных ламп и т.д.) нужно знать, как движутся электрические заряды в электрическом поле, создаваемом заряженными проводниками различной формы (электродами). Подобные задачи решаются в два этапа. Сначала по известным зарядам (или известным потенциалам) электродов определяется напряженность электрического поля в каждой точке пространства. Если известна напряженность, то по формуле $\vec{f} = q\vec{E}$ легко найти силу, действующую на заряд, находящийся в данной точке пространства². Нахождение движения (траектории, скорости) заряда по известным силам при заданных начальных условиях является второй частью задачи, решение которой относится уже к области механики и может быть выполнено с помощью законов Ньютона.

Расчет электрического поля при сложной форме электродов является весьма трудоемкой математической задачей, требующей при вычислении на ЭВМ большой затраты машинного времени. При помощи моделирования наглядные качественные, а иногда и достаточно точные количественные характеристики электрического поля могут быть получены заметно быстрее и с меньшими затратами.

Моделированием называется замена изучения какого-либо явления в настоящих условиях изучением его при помощи тех или иных моделей, в условиях, специально подобранных для удобства экспериментирования. При этом, кроме изменения размеров тел, участвующих в явлении, и материалов, из которых они изготовлены, часто исследуемый процесс может быть заменен другим, который либо зависит от наиболее важных для данного явления величин, либо имеет совсем другую природу, но сходное

¹ Плоскими случаями называют случаи, когда какая-либо физическая величина зависит только от двух декартовых координат и не меняет своего значения при изменении третьей координаты (при условии, что две первые остаются постоянными).

² Предполагается, что сами движущиеся заряды не вносят заметного вклада в электрическое поле, что, однако, не всегда справедливо.

математическое описание (например, изучение механических колебаний может быть в ряде случаев заменено изучением электрических).

Электролитическая ванна

Для изучения распределения электрического поля между электродами различной формы часто используется электролитическая ванна - сосуд, заполненный слабо проводящей электрический ток жидкостью (электролитом). В жидкость погружены металлические электроды. При помощи источника ЭДС между электродами поддерживается необходимая разность потенциалов. При этом в жидкости между электродами возникает электрический ток, представляющий собой движение ионов. Вследствие сопротивления со стороны молекул жидкости движение ионов может происходить лишь в том случае, если во всех точках их траекторий на них действует сила со стороны электрического поля, возникающего вокруг электродов.

Электрическое поле в проводнике, по которому течет ток (в том числе и в электролите), вообще говоря, отличается от электрического поля проводника, внутри которого движения зарядов не происходит. В частности, если заряды неподвижны, то потенциал всех точек проводника одинаков. Если же заряды движутся, то согласно закону Ома, вдоль проводника в направлении движения зарядов должно существовать падение потенциала, пропорциональное сопротивлению проводника. Однако в металлических электродах, благодаря их незначительному сопротивлению по сравнению с сопротивлением электролита, падение потенциала очень мало. Поэтому, хотя ток, текущий через ванну, проходит и по электродам, можно считать, что во всех точках каждого электрода потенциал один и тот же. Таким образом, поверхности электродов можно принять за эквипотенциальные поверхности, как это должно быть в случае электростатики.

С другой стороны, как было показано в методической разработке 3 в настоящем сборнике, однородный проводник, по которому течет ток, внутри электрически нейтрален. Некомпенсированные заряды могут находиться лишь в местах неоднородности вещества, образующего проводник. В случае электролитической ванны такими местами являются границы между электродами и электролитом. Поэтому заряды, которыми определяется электрическое поле между электродами, распределены по поверхностям электродов так же, как они распределялись бы, если бы между электродами был вакуум.

Таким образом, задача о нахождении электростатического поля в пустом пространстве между электродами, имеющими заданные потенциалы, может быть заменена задачей о нахождении электрического поля, возникающего между электродами в электролитической ванне при прохождении тока через электролит при условии, что электроды имеют те же потенциалы. При этом можно сначала найти потенциал каждой точки пространства, заполненного электролитом, а затем вычислить значения напряженности электрического поля.

Подобие

Для того чтобы можно было по значениям какой-либо физической величины, найденным на модели, судить о ее значениях для моделируемого объекта (оригинала), нужно знать соотношения между этими значениями. Обычно модели изготавливаются не в натуральную величину, а больше или меньше оригинала в некоторое число раз, но обязательно с соблюдением геометрического подобия. Геометрическое подобие заключается в том, что отношение расстояния между двумя любыми точками модели к расстоянию между соответственными точками оригинала должно быть постоянной величиной. Кроме геометрического подобия должны быть выполнены условия подобия для всех величин, характеризующих данную задачу. Это значит, что отношение значений физической величины для модели к значениям той же физической величины для оригинала должно быть постоянным (во всех соответственных точках модели и оригинала и для соответственных моментов времени³). Величина этого отношения называется коэффициентом подобия. Конечно, для разных физических величин коэффициенты подобия могут быть различными. Вообще говоря, не всегда удается одновременно удовлетворить условиям подобия для всех физических величин, характеризующих данную задачу. В таком случае приходится либо отказываться от моделирования, либо уменьшать число величин, т.е. характеризовать задачу не полностью.

При моделировании электростатического поля при помощи электролитической ванны могут быть изменены по сравнению с оригиналом как размеры электродов, так и значения потенциалов на них. Условия подобия для электрического поля в пространстве между электродами выполняются легко. Они заключаются в следующем. При изменении в несколько раз всех размеров электродов и одновременно во столько же раз расстояний между ними, если значения потенциалов электродов не меняются, потенциалы соответственных точек модели и оригинала будут также одинаковы. При этом напряженность электрического поля согласно

формуле $E = \frac{U}{\Delta l}$ будет меняться обратно пропорционально линейным

размерам. С другой стороны, при сохранении размеров электродов и расстояний между ними, но при одновременном изменении потенциалов всех электродов в одно и то же число раз потенциалы всех точек пространства между электродами изменяются в то же число раз. Напряженность электрического поля в этом случае меняется прямо пропорционально потенциалам электродов.

Изоляторы в электролитической ванне. Влияние стенок

Направления движения зарядов (линии тока) и линии напряженности электрического поля в электролите согласно закону Ома в

³ При моделировании может быть изменен также и масштаб времени, т.е. изменена в одно и то же число раз скорость протекания всех процессов.

дифференциальной форме $\vec{j} = \lambda \vec{E}$ совпадают. Если в электролитическую ванну поместить изолятор, то движущиеся в электролите заряды будут обходить его, перемещаясь вдоль поверхности изолятора. Поэтому линии напряженности, проходящие в электролите вблизи поверхности изолятора, также идут вдоль этой поверхности. Между тем, известно, что в электростатическом случае линии напряженности проходят внутрь изолятора (диэлектрика), преломляясь на его поверхности. Таким образом, поведение линий напряженности в случаях, когда диэлектрик помещен в пустоту (или непроводящую среду) или когда он помещен в электролит, совершенно различно. Следовательно, моделировать изменения электрического поля, вызванные помещением диэлектрика в пространство между электродами, при помощи электролитической ванны, вообще говоря, нельзя.

Если стенки ванны изготовлены из изолятора, то линии тока и линии напряженности электрического поля вблизи стенок будут направлены вдоль них, а эквипотенциальные поверхности будут перпендикулярны стенкам. Поэтому вблизи стенок картина поля искажается по сравнению с полем в неограниченной среде. Искажющее влияние стенок может быть значительно уменьшено, если размеры ванны достаточно велики по сравнению с размерами модели, а стенки изготовлены из проводника и им сообщен потенциал, который должен быть в реальном поле на бесконечности.

Поляризация электродов. Замена постоянного тока переменным

Как известно, при прохождении постоянного тока через электролит на положительном электроде - аноде и на отрицательном электроде - катоде происходит выделение различных веществ (электролиз). Таким образом, если даже электроды изготовлены из одного и того же вещества, они через некоторое время становятся различными. Разнородные же проводники, погруженные в электролит, образуют гальванический элемент: между этими проводниками появляется разность потенциалов, обусловленная скачками потенциала на границах между электродами и электролитом. Изменение скачков потенциала на поверхностях электродов, вызванное выделением на электродах различных веществ, называется *поляризацией электродов*.

Вследствие поляризации электродов картина распределения потенциала в электролитической ванне в течение опыта может заметно изменяться, и измерения становятся неточными. Кроме того, при электролизе на поверхности электродов получают непосредственно или образуются в результате вторичных химических реакций вещества, обладающие малой проводимостью, сравнимой по величине с проводимостью электролита. Это ведет к нарушению эквипотенциальной поверхности электродов - основного условия, позволяющего заменить электростатическое поле полем, существующим в электролите при наличии тока.

Чтобы устранить вредное влияние поляризации электродов на картину распределения потенциала между электродами в электролитической ванне

вместо постоянного тока используют переменный квазистационарный ток. В этом случае за половину периода, пока ток течет в одном направлении, поляризация не успевает достигнуть заметной величины. В следующую же половину периода роли электродов меняются, а выделившиеся вещества снова переходят в электролит.

Траектория заряда в электрическом поле.

Здесь речь пойдет не о движении ионов в электролитической ванне, а о движении заряда в пустоте в том электрическом поле, которое моделируется при помощи ванны. В отличие от иона, движущегося в электролите согласно закону Ома в дифференциальной форме $\vec{j} = \lambda \vec{E}$ вдоль линии напряженности, заряд в пустоте движется по траектории, которая, вообще говоря, не совпадает с линией напряженности. Движение заряда вдоль линии напряженности возможно, если это движение происходит в однородном электрическом поле с начальной скоростью, либо равной нулю, либо направленной вдоль линии напряженности.

Покажем, как, имея картину эквипотенциальных поверхностей, полученную при помощи электролитической ванны, можно приближенно

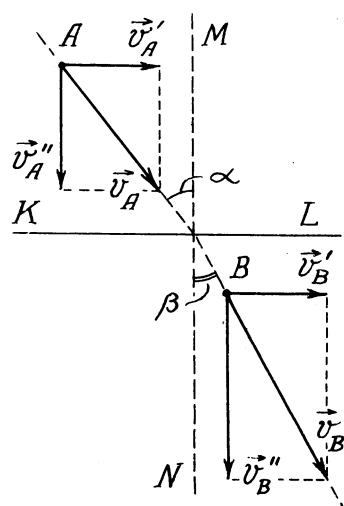


Рис. 1

найти траекторию заряда графическим методом. Предположим, что в точке A , находящейся по одну сторону эквипотенциальной поверхности KL , заряд имел скорость \vec{V}_A (рис.1). На пути к точке B , лежащей по другую сторону поверхности KL , на заряд действовала сила со стороны электрического поля. Благодаря этому скорость заряда изменилась по величине и направлению и стала равной \vec{V}_B . Разложим скорости \vec{V}_A и \vec{V}_B на составляющие \vec{V}'_A и \vec{V}'_B , параллельные поверхности KL , и \vec{V}''_A , \vec{V}''_B , перпендикулярные этой поверхности. Пусть угол α

- угол между направлением вектора \vec{V}_A и перпендикуляром MN к поверхности KL , а β - угол между направлением вектора \vec{V}_B и тем же перпендикуляром. Тогда, как видно из рис.1,

$$\sin \alpha = \frac{V'_A}{V_A}, \quad \sin \beta = \frac{V'_B}{V_B}. \quad (1)$$

Так как напряженность \vec{E} электрического поля направлена всегда перпендикулярно эквипотенциальной поверхности, то вдоль поверхности KL электрическое поле на заряд действия не оказывает. Поэтому составляющая скорости заряда в этом направлении измениться не может. Следовательно, $V'_A = V'_B$. Учитывая это равенство, получим из (1)

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_B}{V_A}. \quad (2)$$

Если для простоты считать, что сила со стороны электрического поля действует на заряд только в узком слое вблизи эквипотенциальной поверхности, то из рис. 1 видно, что траектория заряда испытывает в этом слое преломление, закон которого выражается формулой (2).

Предположим, что заряд, величина которого q , а масса m , начинает движение с нулевой начальной скоростью из точки поля, имеющей потенциал, равный нулю. Тогда на участке траектории до точки, имеющей

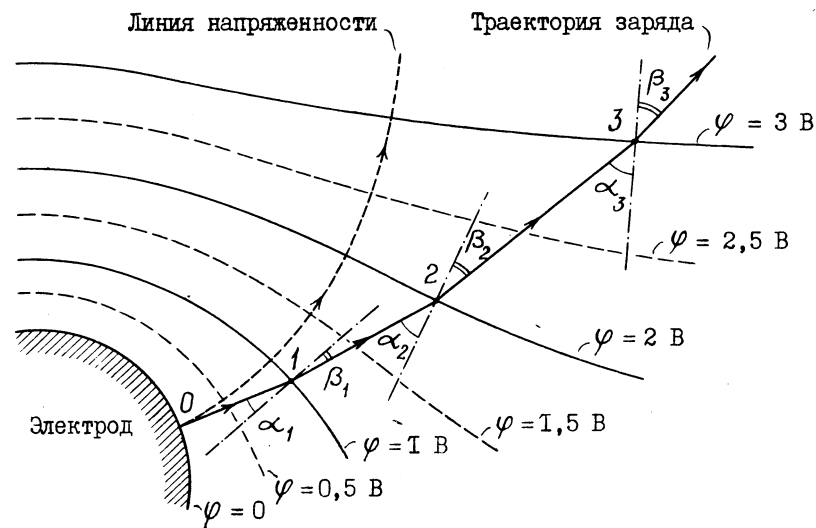


Рис. 2

потенциал φ , действующие на заряд электрические силы совершат работу $A = q\varphi$, причем заряд приобретает кинетическую энергию $\frac{mV^2}{2}$, где V - скорость заряда в рассматриваемой точке. Из закона сохранения энергии легко найти

$$V = \sqrt{\frac{2q}{m} \varphi}. \quad (3)$$

Используя это выражение для \vec{V}_A и \vec{V}_B , получим из (2) закон преломления траектории заряда при пересечении ею эквипотенциальной поверхности KL в виде

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{\varphi_B}{\varphi_A}}. \quad (4)$$

Отсюда по известному углу α можно вычислить угол β :

$$\beta = \arcsin \left(\sqrt{\frac{\varphi_A}{\varphi_B}} \sin \alpha \right). \quad (5)$$

Практическое построение траектории заряда показано на рис. 2. Заряд начинает движение с нулевой скоростью из точки 0 электрода, имеющего потенциал $\varphi = 0$ (предполагается, что заряд имеет отрицательный знак и

движется в сторону возрастания потенциала). Так как начальная скорость у заряда отсутствует, то он начинает двигаться в направлении действующей на него силы, т.е. в направлении линии напряженности. Линии напряженности подходят к проводнику перпендикулярно его поверхности. Поэтому в качестве отрезка траектории между электродом и ближайшей к нему эквипотенциальной поверхностью ($\varphi = 1 \text{ В}$ на рис. 2) приближенно принимают прямолинейный отрезок, перпендикулярный поверхности электрода. К эквипотенциальной поверхности в точке 1 пересечения с этим отрезком восстанавливают перпендикуляр (штрих-пунктирная линия). Построение получается точнее, если сначала через точку 1 провести касательную к поверхности, а затем с помощью угольника или транспортира построить перпендикуляр к касательной. Транспортиром измеряют угол α_1 между отрезком траектории и перпендикуляром. Вычисляют по формуле (5) значение угла β_1 , взяв в качестве φ_A среднее значение потенциала между электродом и первой эквипотенциальной поверхностью ($0,5 \text{ В}$) и в качестве φ_B среднее значение потенциала между первой и второй эквипотенциальными поверхностями ($1,5 \text{ В}$). При помощи транспортира проводят отрезок, составляющий угол β_1 с перпендикуляром к первой эквипотенциальной поверхности. Этот отрезок принимается за участок траектории заряда до ее пересечения в точке 2 со второй эквипотенциальной поверхностью. В точке 2 повторяют то же построение, что и в точке 1, взяв в качестве потенциалов φ_A и φ_B средние значения потенциала между первой и второй и между второй и третьей эквипотенциальными поверхностями (на рис. 2 $\varphi_A = 1,5 \text{ В}$ и $\varphi_B = 2,5 \text{ В}$). Аналогичные построения проводят для всех последующих точек пересечения траектории с эквипотенциальными поверхностями, пока траектория не окончится на электроде или стенке ванны.

Следует иметь в виду, что такое построение, при котором плавная траектория заменяется ломаной линией, дает лишь приближенное представление о траектории заряда.