

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 42

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ
ЗВУКА В ВОЗДУХЕ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Описание составили
доцент Авксентьев Ю. И. и ст. преп. Овчинникова Т. Л.

Москва - 2012

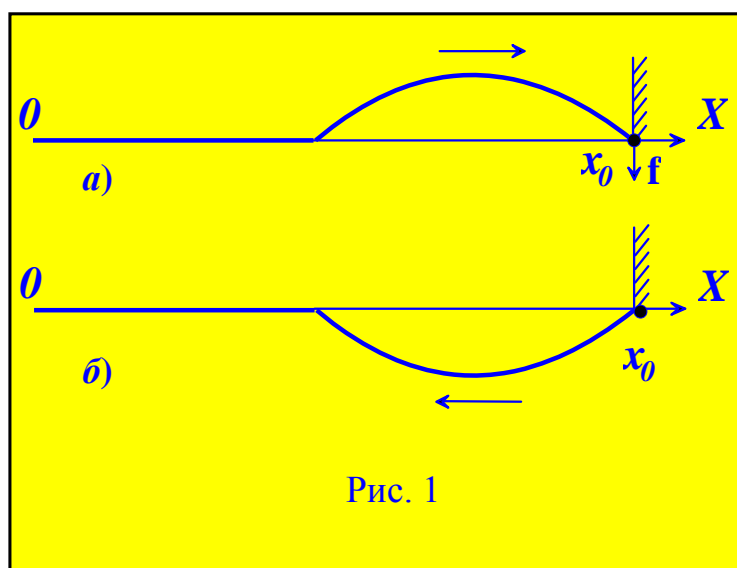
ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Цель работы - познакомиться с явлением распространения звука в воздухе в замкнутом объеме, измерить его скорость при различных температурах и на основе полученных данных вычислить γ - отношение теплоемкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме.

I. ВВЕДЕНИЕ

1. Изменение фазы волнового возмущения при отражении от препятствия

Процесс распространения звуковых волн в замкнутом объеме сопровождается процессами отражения волн от границ этого объема. Прежде чем обсуждать эти процессы, рассмотрим отражение поперечного волнового возмущения, распространяющегося по натянутому резиновому шнуру, закрепленному на одном конце. Из рис. 1а видно, что в момент отражения изгиб шнура направлен вверх. Шнур при этом действует на крепление с



силой, направленной тоже вверх. По третьему закону Ньютона, само крепление в этот момент действует на шнур с силой упругости, направленной вниз. Импульс этой силы и вызывает отраженное возмущение такой же формы, как и набегающее, но с противоположным направлением смещения, рис. 1б. Горизонтальные стрелки указывают направление распространения волнового возмущения до и после отражения в точке закрепления, вертикальная - направление импульса силы. Следовательно, при отражении волнового возмущения от закрепленного конца шнура его фаза (направление смещения) скачком изменяется на π радиан. Такое же изменение фазы наблюдается при отражении не только отдельного волнового

возмущения, но и поперечной волны распространяющейся вдоль резинового шнура¹.

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(\omega t - kx), \quad (1)$$

2. Изменение фазы плоской волны при отражении от препятствия

Уравнение (1) описывает и волновой процесс в сплошных средах. При отражении таких волн от препятствий также будет наблюдаться изменение фазы колебаний. В качестве препятствий выступают среды с иными свойствами, чем свойства среды, в которой распространяется падающая волна. Подробное рассмотрение процесса отражения звуковых волн на границе раздела выходит за рамки данного описания, и поэтому мы воспользуемся только результатами соответствующих вычислений. При этом будем предполагать, что на границе раздела имеет место полное отражение, т.е. равенство амплитуд падающей и отраженной волн, и процесс распространения волн в прямом и обратном направлениях происходит без потерь энергии. Расчеты показывают, что изменение фазы волны при отражении зависит от такой характеристики среды, как волновое сопротивление η . Волновое сопротивление характеризует способность среды оказывать сопротивление проникновению в нее волн. Удельное волновое сопротивление определяется отношением величины звукового давления P в определенной точке среды к величине колебательной скорости в данной точке $\dot{\xi}$ ($\eta = P/\dot{\xi}$). Оно равно произведению плотности среды ρ на скорость распространения в ней волн V , т.е.

$$\eta = \rho V. \quad (2)$$

Волновое сопротивление η называют еще звуковым или акустическим сопротивлением среды.

Предположим, что звуковая волна, распространяясь в среде с волновым сопротивлением $\eta_1 = \rho_1 V_1$, достигает границы раздела со средой, имеющей волновое сопротивление $\eta_2 = \rho_2 V_2$. Согласно расчетам, отражение с изменением фазы волны на π радиан происходит при условии, что

$$\rho_2 V_2 > \rho_1 V_1. \quad (3)$$

Если

$$\rho_2 V_2 < \rho_1 V_1, \quad (4)$$

то отражение происходит без изменения фазы. При условии, что волновые сопротивления сред одинаковы,

$$\rho_2 V_2 = \rho_1 V_1 \quad (5)$$

отражение волны не происходит, и вся волна целиком распространяется в другую среду.

Отметим, что при неравенстве волновых сопротивлений η_1 и η_2 , звуковая волна на границе раздела не только отражается, но и преломляется. Однако, направление распространения звуковой волны во второй среде определяется не волновыми сопротивлениями сред, а отношением скоростей ее распространения во второй и первой средах V_2/V_1 и углом падения на границу раздела i , т.е.

¹ Вывод формулы 1 см. в [2].

$$\sin r = \frac{V_2}{V_1} \sin i, \quad (6)$$

где r - угол преломления, определяющий направление распространения звуковой волны во второй среде. Углы i и r отсчитываются от нормали к границе раздела двух сред. Соотношение (6) носит название закона преломления волн на границе раздела, а отношение $\frac{V_2}{V_1} = n_{21}$ называется показателем преломления второй среды относительно первой.

3. Уравнение отраженной волны

Волновое уравнение $\xi = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$ описывает падающую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси X . Выясним, как изменится это уравнение при отражении, если при отражении происходит скачкообразное изменение фазы волны на π радиан (т.е. на границе раздела сред выполняется соотношение $\eta_2 > \eta_1$). Для этого воспользуемся уравнением волны в несколько ином виде.

$$\xi_1 = \xi_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) = \xi_0 \sin 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right), \quad (7)$$

где ω и ν - круговая и линейная частоты колебаний, V - скорость волны, $\lambda = \frac{V}{\nu}$ - ее длина, x - произвольная координата в положительном направлении оси X . Предположим, что граница раздела сред находится на расстоянии $+x_0$ от источника волны, расположенного в начале координат. Достигнув границы раздела, волна отразится от нее и начнет движение в обратном направлении. Напишем уравнение колебания точки с координатой x , обусловленное отраженной волной, с учетом того, что при отражении происходит изменение фазы волны на π радиан

$$\xi_2 = \xi_0 \sin \left[2\pi \left(vt - \frac{2x_0 - x}{\lambda} \right) + \pi \right]. \quad (8)$$

В уравнении (8) расстояние $(2x_0 - x)$ - это путь, пройденный отраженной волной от начала координат до точки с координатой x . Действительно, волна проходит от начала координат до границы раздела расстояние x_0 , а затем от границы назад к точке с координатой x путь $(x_0 - x)$. Весь путь равен сумме этих расстояний, а именно $(2x_0 - x)$. Так как x - это координата произвольной точки на оси X , то уравнение (8)

можно рассматривать как уравнение волны, движущейся после отражения к началу координат.

Запишем уравнение (8) в несколько ином виде.

$$\xi_2 = \xi_0 \sin 2\pi \left(vt - \frac{(2x_0 - x) - \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \right). \quad (9)$$

Уравнение (9) дает возможность понять смысл широко используемого выражения «*отражение с потерей полуволны*». Путь $(2x_0 - x)$, пройденный волной до точки x , как бы сокращается на величину $\frac{\lambda}{2}$, хотя, по сути дела, при отражении происходит лишь скачкообразное изменение на π радиан фазы колебаний.

Если $\eta_2 < \eta_1$, скачка фазы не наблюдается, и *отражение* происходит *без потери полуволны*. Уравнение отраженной волны в этом случае имеет вид:

$$\xi_2 = \xi_0 \sin 2\pi \left(vt - \frac{2x_0 - x}{\lambda} \right). \quad (10)$$

Уравнения (8) и (10) соответственно можно переписать в виде

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 &= \xi_0 \sin \left[2\pi \left(vt + \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_1 \right] \\ \xi_2 &= \xi_0 \sin \left[2\pi \left(vt + \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

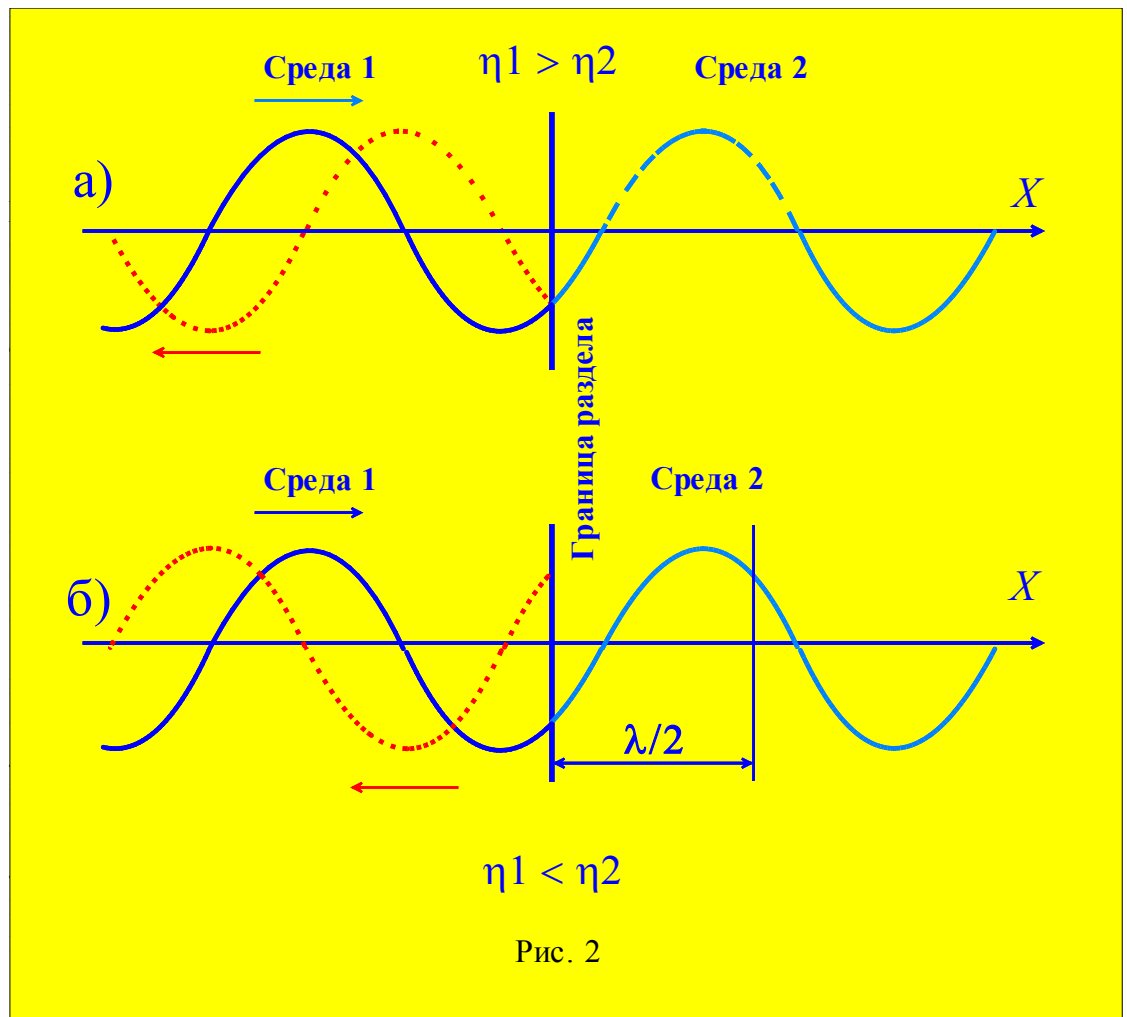
где $\varphi_1 = -(2n - 1)\pi$, $\varphi_2 = -2\pi n$, $n = \frac{2x_0}{\lambda}$.

Сравнивая уравнение волны (7), распространяющейся от начала координат в положительном направлении оси X с уравнением волны (11), движущейся в обратном направлении, видим, что слагаемое $\frac{x}{\lambda}$ входит в последнее уравнение со знаком плюс, а не минус. Таким образом, знак слагаемого при $\frac{x}{\lambda}$ определяет направление распространения звуковой волны.

4. Графическое построение отраженной волны

Можно указать довольно простой способ графического построения отраженной волны. На рис. 2 падающая волна отмечена стрелками, указывающими вправо, отраженная - стрелками, указывающими влево. На рис. 2а показано отражение без потери полуволны, на рис. 2б - с потерей полуволны.

Построение отраженной волны на рис. 2а осуществляется следующим образом: падающая волна продолжается за границу раздела, затем бумага перегибается на границе, и волна из второй среды отпечатывается на первой среде. При построении отраженной волны с потерей полуволны (рис. 2б) следует, как и в первом случае, продолжить падающую волну во вторую среду



а затем отпечатать на первой среде оставшуюся часть кривой, как будто граница переместилась вправо на $\lambda/2$.

В таблице 1 приводятся значения волновых сопротивлений для некоторых сред.

Таблица 1.

Вещество	Скорость распространения звука, м/с	Плотность, кг/м ³	Акустическое сопротивление, кг/с м ²
Воздух	331,8 (0°C)	1,29 (0°C)	428,0
Алюминий	6260 (20°C)	2,70 · 10 ³ (20°C)	16,9 · 10 ⁶

Как видно из таблицы 1, звуковая волна, падающая из воздуха на границу раздела с металлом и водой, будет отражаться с потерей полуволны.

5. Уравнение стоячей волны

Выведем уравнение звуковой волны, распространяющейся в воздухе, заключенном в отрезке металлической трубы, закрытом с двух сторон металлическими крышками. Такая конструкция называется резонатором. В одной из крышек, назовем ее первой, посверлено небольшое отверстие, связывающее резонатор с камерой, в которой находится колеблющаяся с звуковой частотой пластинка – источник звуковых волн (диффузор динамика). В дальнейших рассуждениях будем исходить из предположения, что дифракция волн на этом отверстии не мешает считать волны в резонаторе плоскими и наличие его, практически, не повлияет на процесс отражения волн от крышки номер один. В воздухе, как и во всякой газообразной среде, могут распространяться только продольные волны. Поэтому звуковая волна в воздухе представляет собой чередование сжатий и разрежений, происходящих в направлении распространения волны.

При подключении динамика к генератору электрических колебаний звукового диапазона частот (от 16 гц до 20000 гц) от него начнет распространяться звуковая волна, которая через отверстие в первой крышке проникает внутрь резонатора. Таким образом, можно считать, что источник звуковой волны находится на обращенной к трубе поверхности первой крышки. От этого источника в направлении ко второй крышке начнет распространяться звуковая волна, которая через некоторое время достигнет ее, отразится и начнет движение в обратном направлении. Рассмотрим частный случай, когда длина звуковой волны такова, что на длине резонатора укладывается целое число её полуволн. Будем по-прежнему предполагать, что и распространение, и отражение волн происходит без потери энергии.

Молекулы воздуха внутри резонатора участвуют в двух движениях, соответствующих падающей и отраженной волнам. Рассмотрим эти движения в системе координат, начало которой совместим с первой крышкой (источником звуковой волны). Время распространения волны ограничим интервалом, достаточным для того, чтобы волна достигла второй крышки резонатора, отразилась от нее и вернулась к первой крышке. Выполнение этого условия упрощает дальнейшие рассуждения, так как позволяет ограничиться лишь одним отражением от второй крышки.

Так как отражение волны происходит с изменением фазы на π радиан, то результирующее движение ξ' есть сумма движений (7) и (8).

$$\xi' = \xi_1 + \xi_2 = \xi_0 \sin 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right) + \xi_0 \sin \left[2\pi \left(vt - \frac{2x_0 - x}{\lambda} + \pi \right) \right]. \quad (12)$$

Уравнение (12) описывает процесс наложения двух волн - падающей и отраженной. При этом выполняются следующие условия:

- 1) частоты волн одинаковы;
- 2) направления движения молекул воздуха в первой и второй волне совпадают;
- 3) разность фаз колебаний молекул воздуха не зависит от времени, а определяется координатой x точки наблюдения.

Волны, для которых выполняются перечисленные выше условия, носят название *когерентных* волн. В области наложения когерентных волн возникает закономерное распределение амплитуд колебаний частиц среды, называемое *интерференционной картиной*. Интерференционная картина, которая получается в результате наложения двух встречных когерентных волн, получила название «*стоячая волна*». Уравнение стоячей волны получается после несложных тригонометрических преобразований уравнения (12). В результате имеем:

$$\xi' = \xi_1 + \xi_2 = 2\xi_0 \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x_0 - x) \right] \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_0 \right), \quad (13)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ - круговая частота колебаний.

Из уравнения (13) следует:

а) результирующее колебание в каждой точке происходит по гармоническому закону с той же частотой ω , что и колебания, обусловленные встречными волнами;

б) амплитуда этого результирующего колебания не зависит от времени и изменяется от точки к точке по закону синуса.

$$\xi'_0 = 2\xi_0 \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x_0 - x) \right]. \quad (14)$$

В точках сечений столба воздуха в резонаторе, в которых синус обращается в нуль, амплитуда колебаний падает до нуля. Эти точки среды все время остаются в покое. Координаты этих сечений называются *узлами смещений*. Прежде всего, таким узлом смещения является конец резонатора $x = x_0$. Остальные узлы смещений лежат в сечениях с координатами $x_{n, \text{узл.}}$, которые определяются из условия

$$\frac{2\pi}{\lambda} (x_0 - x_{n, \text{узл.}}) = n\pi, \quad (15)$$

или

$$x_{n, \text{узл.}} = x_0 - n \frac{\lambda}{2}, \quad (16)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$. Из (16) следует, что узлы смещений отстоят друг от друга на расстоянии полуволны.

В середине между узлами смещений лежат сечения, в которых амплитуда ξ'_0 достигает максимума. Координаты этих сечений называются *пучностями смещений*. Координаты пучностей определяются из условия

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_0 - x_{n.\text{пучн.}}) = (2n + 1)\frac{\pi}{2}, \quad (17)$$

или

$$x_{n.\text{пучн.}} = x_0 - (2n + 1)\frac{\lambda}{4}, \quad (18)$$

где n по-прежнему принимает значения 0, 1, 2...

Из соотношений (18) и (16) нетрудно найти, что расстояния между соседними пучностями, так же, как и расстояния между соседними узлами, равны $\lambda/2$ и что пучности и узлы сдвинуты друг относительно друга на расстояние $\lambda/4$,

$$x_{\text{узл.}} - x_{\text{пучн.}} = \lambda/4. \quad (19)$$

в) амплитуда колебаний (14) при переходе через нулевое значение в узле изменяет знак. Это означает, что фазы колебаний по разные стороны от узла отличаются на π радиан, т.е. точки, лежащие по обе стороны от одного и того же узла, колеблются в противоположных фазах. Все точки между двумя соседними узлами колеблются в одинаковых фазах.

6. Графическое изображение процессов, сопровождающих стоячую звуковую волну в воздухе

На рис. 3а показана схема колебаний частиц воздуха в стоячей волне внутри резонатора для двух моментов времени, отстоящих на полпериода, t и $t + \frac{T}{2}$. Как видно из рисунка, в продольной стоячей волне вблизи узлов, в которых скорости колеблющихся молекул воздуха равны нулю, происходит резкое изменение плотности молекул. Это связано с тем, что молекулы воздуха то приближаются с двух сторон к узлу, то удаляются от него. Изменение плотности молекул происходит не только вблизи узлов стоячей волны, но в той или иной степени по всей ее длине и обусловлено изменением объема, занимаемого ими. Действительно, выделим в резонаторе со стоячей волной слой толщиной Δx и обозначим продольные смещения границ этого слоя соответственно ξ'_1 и ξ'_2 . При деформации толщина слоя изменяется на $\Delta\xi' = \xi'_2 - \xi'_1$, а относительное изменение толщины равно $\varepsilon = \Delta\xi'/\Delta x$. В пределе при $\Delta x \rightarrow 0$ имеем $\varepsilon = d\xi'/dx$.

Для вычисления относительного изменения толщины слоя ε воспользуемся формулой (13). После дифференцирования получим

$$\varepsilon = -2\xi_0 \frac{2\pi}{\lambda} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x_0 - x)\right] \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_0\right). \quad (20)$$

Так как сечение резонатора по всей его длине одинаково, то ε равно относительному изменению объема, занимаемому некоторым количеством молекул. Избыточное давление воздуха, обусловленное деформацией его объема, определяется формулой

$$P = -K\varepsilon, \quad (21)$$

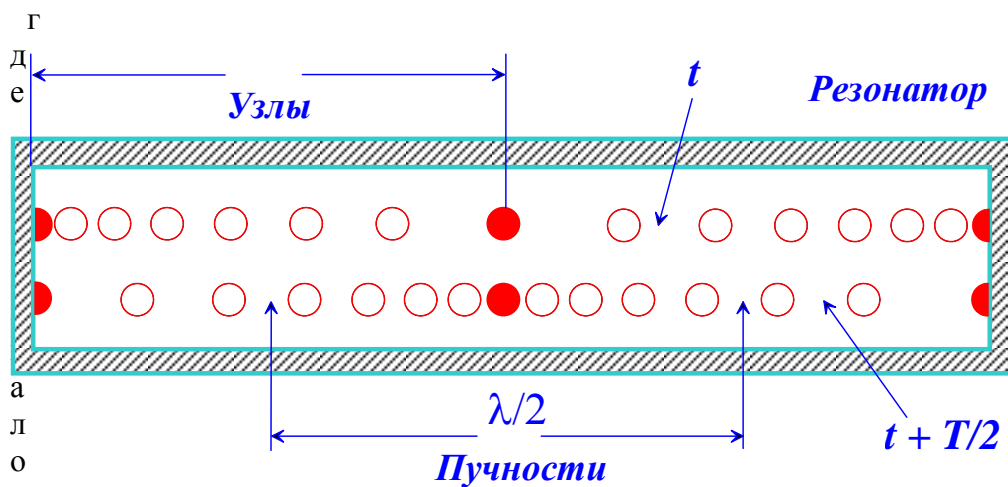


Рис. 3а Модель движения молекул воздуха в резонаторе

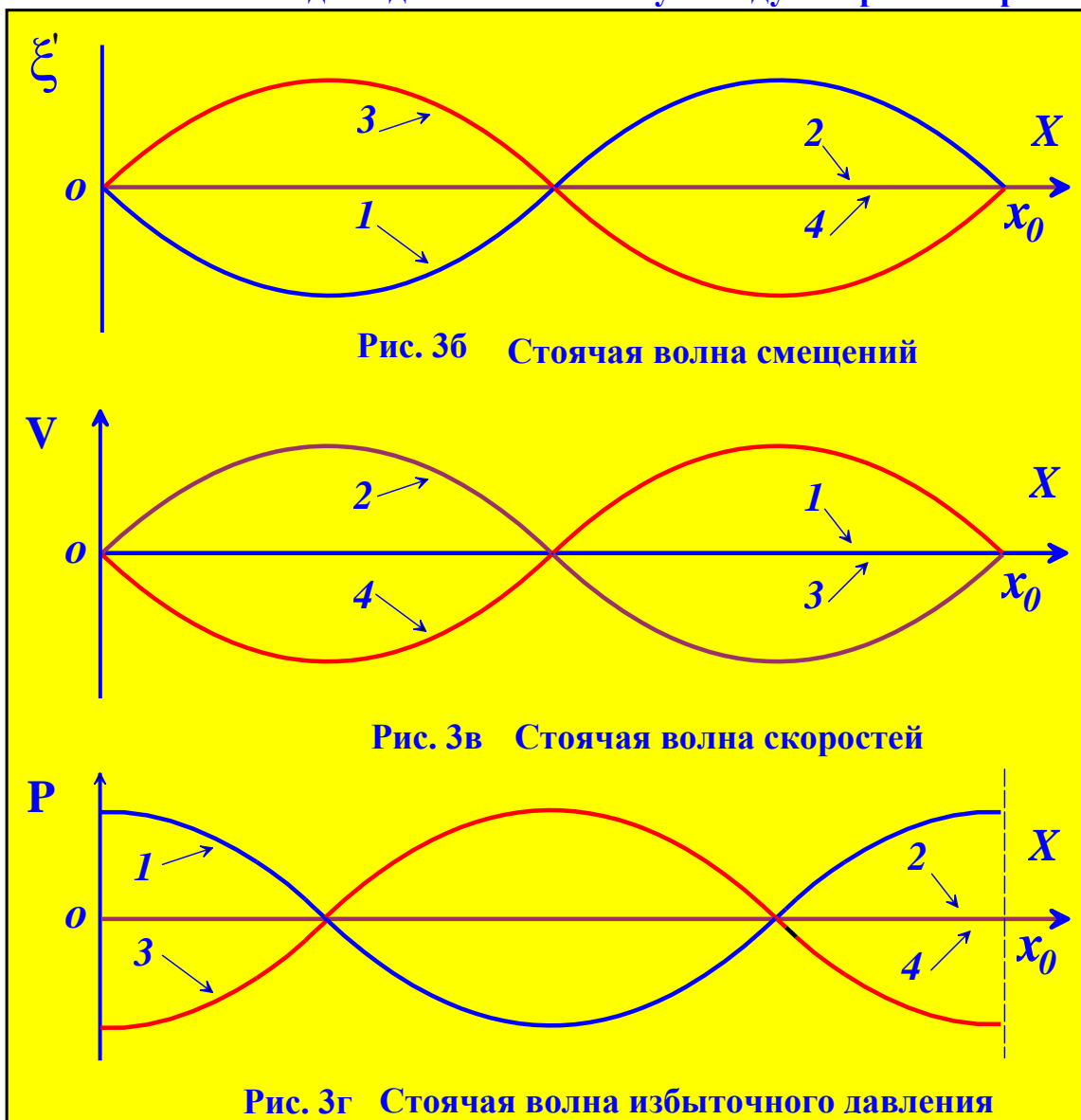


Рис. 3б Стоячая волна смещений

Рис. 3в Стоячая волна скоростей

Рис. 3г Стоячая волна избыточного давления

0

эгде K - аналог модуля Юнга E в законе Гука $\sigma_n = E\varepsilon$.

Коэффициент K , подобно E , положителен. Знак минус в (21) обусловлен тем, что P и ε имеют разные знаки, так как увеличение избыточного давления воздуха сопровождается уменьшением его объема. Следовательно, наряду со *стоячей волной смещений* ξ' (13) в трубе существует *стоячая волна избыточного давления* P

$$P = 2\xi_0 K \frac{2\pi}{\lambda} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x_0 - x)\right] \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_0\right). \quad (22)$$

Помимо перечисленных волн, в резонаторе возникает и *стоячая волна скоростей* V молекул воздуха. Действительно,

$$V = \frac{d\xi'}{dt} = -2\xi_0 \omega \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x_0 - x)\right] \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_0\right). \quad (23)$$

Более наглядным, чем на рис. 3а, является представление стоячих волн в виде графиков. При этом значения ξ' , V и P откладывают не в направлении их истинного изменения (оси X), а в направлении, перпендикулярном этой оси. Соответствующие графики представлены на рис. 3 (б, в, г). Каждый график построен для четырех фиксированных моментов времени. Время определяет величину множителя $\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_0\right)$ или $\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_0\right)$ в уравнениях (13), (22), (23). Времена t_i выбраны из условия равенства аргумента $\left(\omega t_i - \frac{2\pi}{\lambda}x_0\right)$ нулю, $\pi/2$, π и $(3/2)\pi$. Индекс i принимает, соответственно, значения 1, 2, 3 и 4. Соответствующие графики отмечены теми же индексами. Из графиков 3 (б, в, г) видно, что в месте отражения ($x = x_0$) стоячие волны смещения и скорости имеют узлы, волна избыточного давления - пучность.

7. Перенос энергии стоячей волной

Каждая из волн, образующих стоячую волну, переносит одну и ту же энергию, но в противоположных направлениях. Поэтому результирующий поток энергии в стоячей волне равен нулю. В узлах *стоячей волны скоростей* молекулы воздуха остаются все время неподвижными и поэтому через них не может быть осуществлена передача кинетической энергии. В узлах *стоячей волны избыточного давления* (рис. 3 г) никогда не возникает повышенное давление и поэтому через них не может передаваться потенциальная энергия. Расстояние между узлами скоростей и узлами избыточного давления равно $\lambda/4$ (рис. 3 в, г). Поэтому энергия, которой обладает участок воздуха в резонаторе длиной $\lambda/4$, заключенной между узлом скоростей и узлом избыточного давления, остается всегда на этом участке. Происходит лишь превращение заключенной в этом участке энергии из кинетической в потенциальную и обратно. Эти превращения наглядно представлены на

рис. 3 в, г. В качестве примера рассмотрим участок резонатора с координатами x_0 и $x_0 - \lambda/4$. В момент времени t_1 кинетическая энергия на этом участке равна нулю (кривая 1 на рис. 3 в), в то время как потенциальная энергия сжатия максимальна (кривая 1 на рис. 3г). Через четверть периода картина прямо противоположная: кинетическая энергия на том же участке максимальна (кривая 2 на рис. 3в), а потенциальная энергия равна нулю (кривая 2 на рис. 3г). Полный переход энергии из потенциальной в кинетическую и обратно происходит дважды за период.

8. Спектр собственных частот резонатора

Опытным путём можно убедиться в том, что амплитуда звуковых волн, возбуждаемых в резонаторе, зависит от частоты работы генератора или, что то же самое, от длины волны. При определённых длинах волн амплитуда достигает максимального значения (резонанс). Найдём соотношение, связывающее длину звуковой волны λ при резонансе с длиной резонатора x_0 . Как и прежде, будем считать, что выполняются два условия:

1. время работы t генератора ограничено интервалом $t = 2x_0/V$, где V – скорость звуковой волны;
2. потери энергии при отражении и распространении волны в прямом и обратном направлениях отсутствуют.

Выполнение первого условия означает, что в резонатор от генератора поступает конечное количество энергии, т.е. мы всегда будем иметь дело с волнами конечной амплитуды.

Выполнение второго условия означает, что амплитуды смещений в падающей и отражённой волне можно считать одинаковыми по всей длине резонатора независимо от числа отражений.

Для установления связи между λ и x_0 проанализируем картину распределения смещений в падающей и отражённой волне, и в волне, возникшей в результате их интерференции в момент времени $t_1 = 2x_0/V$, т.е. в тот момент, когда падающая волна, возникшая в начале координат в момент времени $t = 0$, достигнет противоположной стенки резонатора, отразится от неё (1-е отражение) и в виде отражённой волны достигнет начала координат. Для этого в соответствующие уравнения (7), (8) и (13) подставим значение $t_1 = 2x_0/V$. После несложных преобразований, получим:

$$\xi_1 = \xi_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (2x_0 - x) \dots \dots \dots (24)$$

$$\xi_2 = -\xi_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \dots \dots \dots (25)$$

$$\xi' = \xi_1 + \xi_2 = 2\xi_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x_0 - x) \dots \dots \dots (26)$$

При выполнении преобразований использовалось соотношение между частотой, длиной и скоростью звуковой волны: $V = \nu\lambda$.

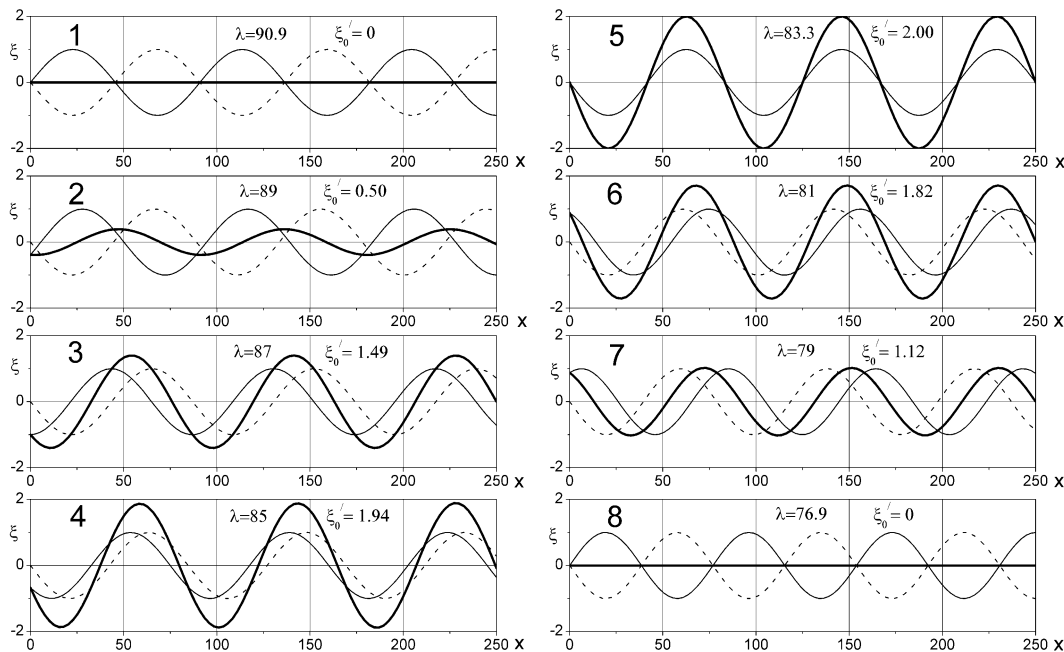


Рис.4

Из уравнения (26) следует, что амплитуда звуковой волны в резонаторе $\xi'_0 = 2\xi_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x_0$ зависит от длины волны λ и при определённых условиях может достигать максимального значения $2\xi_0$. Эти условия будут выполнены, если

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} x_0 = n\pi, \quad (27)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

Длины волн λ_n и соответствующие им частоты $\nu_n = V / \lambda_n$, удовлетворяющие этому условию, называют резонансными. Уравнение (27) можно переписать в следующем виде:

$$x_0 = n \frac{\lambda_n}{2}. \quad (28)$$

Таким образом, приходим к выводу, что резонанс наступает в тех случаях, когда длина резонатора такова, что на ней укладывается целое число полуволн. Соотношение (28) определяет спектр (набор частот) собственных колебаний резонатора. Длины волн, соответствующие резонансам, называются тонами. Длина волны, для которой выполняется условие $\lambda_0 = 2x_0$ ($n=1$) носит название основного тона. Более короткие волны получили название обертонов: $\lambda_1 = x_0$ ($n=2$) – первый обертон; $\lambda_2 = \frac{2}{3} x_0$ ($n=3$) – второй обертон и т.д.

Из уравнения (26) также следует, что амплитуды стоячих волн ξ'_0 становятся равными нулю для волн, длины которых удовлетворяют условию

$$\frac{2\pi}{\lambda_m} x_0 = (2m + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (29)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$

Это значит, что если длины волн λ_m таковы, что на длине резонатора x_0 укладывается нечётное число отрезков длиной $\lambda_m / 4$, то такие волны не будут возбуждаться в резонаторе. Спектр этих волн описывается уравнением

$$x_0 = (2m + 1) \frac{\lambda_m}{4}. \quad (30)$$

На рис.4 представлены графики смещений ξ' (26) частиц в волне для резонатора длиной $L = 250$ мм. Амплитуда ξ_0 во всех случаях выбрана равной 1. Графики 1-8 соответствуют длинам волн, лежащим в интервале от $\lambda_1 = 76,9$ мм до $\lambda_2 = 90,9$ мм. Тонкой сплошной линией изображены смещения в падающей волне (24), пунктиром – в отражённой (25), полужирной сплошной – в стоячей волне (26). Под номером 5 на рис.4 изображено распределение смещений, соответствующее 5 обертому. Амплитуда смещений в стоячей волне равна 2. Стоячие волны длиной 76,9 мм и 90,9 мм в этом резонаторе возбуждаться не могут. Их амплитуда равна нулю (См. графики под номером 1 и 8 на рис.4). Амплитуды остальных волн имеют промежуточное значение.

В отношении этих волн можно сделать следующее замечание. По существу, эти волны не являются стоячими волнами, так как «узлы» (и «пучности») этих волн не имеют в резонаторе фиксированного положения. В этом легко убедиться, если

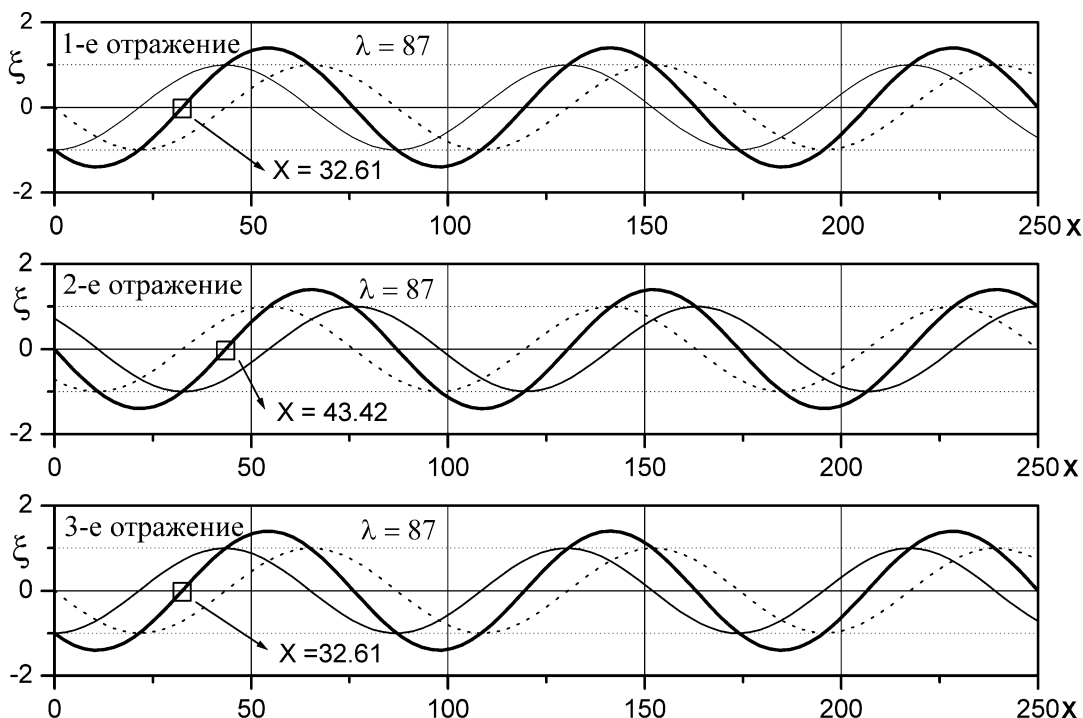


Рис. 5

построить графики, аналогичные представленным на рис. 4 для второго и третьего отражений. Такие графики для всех трёх отражений для длины волны $\lambda = 87$ мм

представлены на рис. 5.

Так же, как и на рис. 4, падающие волны изображены тонкой сплошной линией, отражённые – пунктирной, результат их интерференции – полужирной сплошной. Номер отражения совпадает с количеством отражений от боковых крышек резонатора. Так, второе отражение означает, что представленные на этой части рисунка графики соответствуют тому моменту времени, когда волна, достигнув правой крышки резонатора, отразилась от неё (первое отражение), достигла левой крышки резонатора, отразилась от неё (второе отражение) и вернулась после отражения к правой крышке резонатора. Путь, пройденный волной, равен $3x_0$, а время, затраченное на его прохождение, равно $t_2 = 3x_0 / V$. Графические изображения волн, представленные на этой части рисунка 5, соответствуют этому моменту времени. Подобным образом для момента времени $t_3 = 4x_0 / V$ построены графики для третьего отражения. Четвёртое отражение повторяет первое и поэтому можно ограничиться тремя отражениями. Как видно из рис. 5, положение, например, первого от начала координат «узла» не является фиксированным, а меняется в пределах от $x_1 = 32,61$ мм до $x_2 = 43,42$ мм.

При резонансе на концах резонатора образуются пучности избыточного давления (рис. 3г). Следовательно, если на одном из концов резонатора установить приемник звуковых волн (микрофон), то появится возможность зарегистрировать момент наступления резонанса. При резонансе уровень громкости звука в микрофоне будет максимальным.

II. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Данная работа входит в состав измерительного комплекса, предназначенного для проведения нескольких лабораторных работ в таких разделах физики, как механика, молекулярная физика и строение вещества. Поэтому при описании данной работы, мы будем касаться только тех модулей и блоков, которые имеют к ней непосредственное отношение.

Установка для измерения температурной зависимости скорости звука в воздухе, рис. 6, состоит из двух блоков: блока генератора и резонатора и блока питания. Второй блок «Измерительная система ИСТ-2М» включает в себя модуль измерения и стабилизации температур. Блок генератора с ручками регулировки *АМПЛИТУДА*, *ЧАСТОТА* расположен в левой верхней части корпуса установки, блок питания - в нижней правой части корпуса.

НАЗНАЧЕНИЕ БЛОКОВ УСТАНОВКИ

1. Блок генератора и резонатора

Генератор является источником электрических колебаний в диапазоне $700-3000$ Гц. Изменение частоты генератора осуществляется ручкой с надписью

ЧАСТОТА, а амплитуды - ручкой АМПЛИТУДА, (рис. 6). Частота, на которой работает генератор, высвечивается в герцах на ИНДИКАТОРЕ 1. В состав блока входят динамик и микрофон (рис. 7). Динамик преобразует электрические колебания генератора в звуковые волны той же частоты.

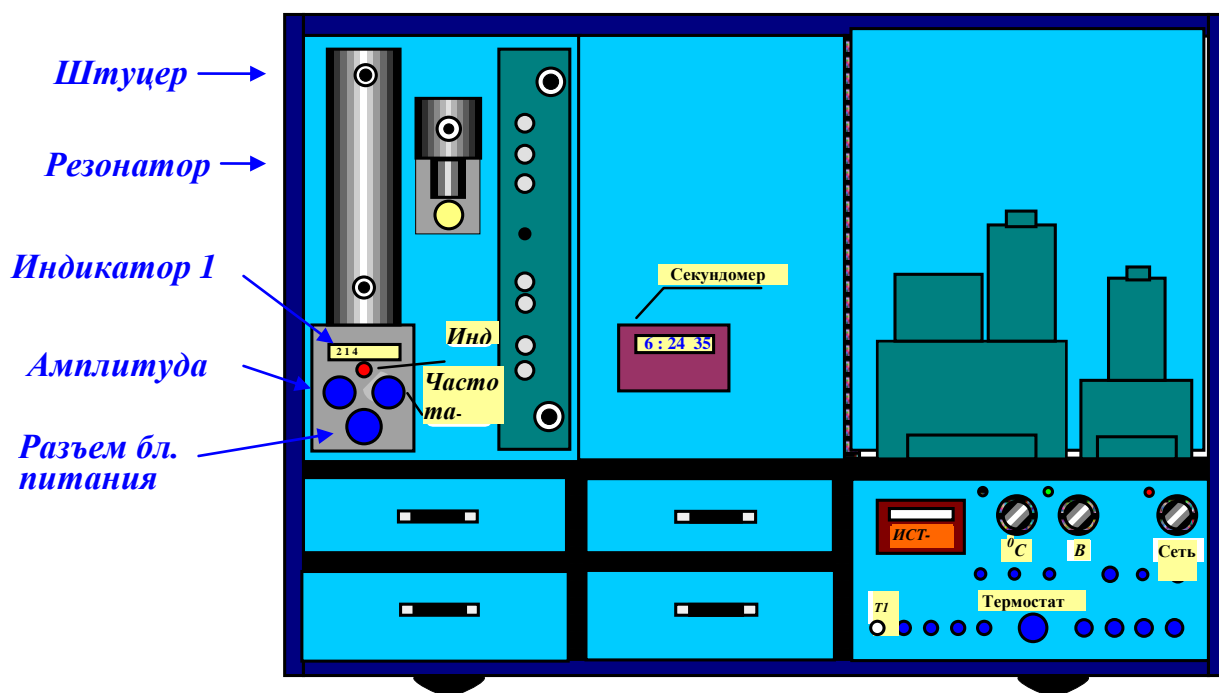


Рис.6 Общий вид установки

Микрофон служит приемником звуковых волн. Микрофон связан с индикаторным устройством, позволяющим визуально регистрировать резкое возрастание амплитуды звуковых волн при резонансе. О наступлении резонанса можно судить по яркому свечению красного индикатора (светодиода) с надписью *ИНД.* Электрическое напряжение для работы генератора, индикатора и других элементов блока подводится из блока питания с помощью съемного кабеля.

Динамик и микрофон крепятся к крышке резонатора, в которой просверлены два небольших круглых отверстия 1 и 2. Через эти отверстия они связаны с внутренним объемом металлического резонатора (рис.7). Все металлические детали резонатора изготовлены из алюминиевого сплава. В верхнюю и нижнюю часть резонатора впаяны два коротких отрезка трубки малого диаметра (штуцеры), которые служат для замены газа, заполняющего резонатор. Кроме того, в нижней части резонатора размещен датчик температуры. На наружную поверхность резонатора навита обмотка нагревателя, которая позволяет менять температуру воздуха в резонаторе. Нагреватель с резонатором размещены в защитном кожухе. И нагреватель, и термодатчик входят в состав модуля стабилизации температуры. Модуль стабилизации температуры находится в блоке питания.

2. Блок питания

Передняя панель блока питания представлена на рис. 8. Блок питания является источником всех напряжений, используемых в комплексе. Сам блок питания подключается к сети $\sim 220 В$. Из многочисленных гнезд и переключателей, размещенных на панели, мы отметим только следующие:



Рис. 7 Резонатор в сборе

- тумблер *СЕТЬ* служит для подачи в блок напряжения $\sim 220 В$;
- гнездо *ТЕРМОСТАТ* служит для подачи через съемный кабель электрических напряжений на разъем блока генератора;
- тумблер *ВКЛ-НАГР* служит для подачи напряжения на обмотку нагревателя резонатора;
- ручка *НАГРЕВ (0-10-20)* позволяет изменять напряжение на нагревателе в диапазоне (0-20) В;
- кнопки « I_H » (mA) и « U_H » (V) дают возможность измерять ток нагревателя (кнопка « I_H » нажата) или напряжение на нем (кнопка « U_H » нажата). При нажатии на нужную кнопку, кнопка, нажатая ранее, освобождается. Результаты измерений в соответствующих единицах отображаются на цифровом *ИНДИКАТОРЕ-2*;
- кнопка « T_1 » ($^{\circ}C$). При нажатом состоянии кнопки на индикаторе блока высвечивается температура

воздуха в резонаторе;

- ручка *ТЕМПЕРАТУРА* ($^{\circ}C$, 40-80-120) выполняет функцию датчика температуры.

Датчик температуры является автоматическим терморегулятором, так как он позволяет достичь и поддерживать заданную температуру без вмешательства в процесс оператора.

Это значит: если с помощью ручки *НАГРЕВ* установить напряжение нагревателя равным 20 В, а затем с помощью тумблера *ВКЛ-НАГР* подать это напряжение на нагреватель резонатора, то через некоторый промежуток времени температура воздуха в резонаторе достигнет постоянного значения,

установленного ручкой *ТЕМПЕРАТУРА* задатчика и в течении всего опыта меняться не будет. Чтобы изменить температуру, надо изменить положение ручки задатчика температуры. Задавать температуру ручкой *ТЕМПЕРАТУРА* можно в диапазоне от комнатной до $+120^{\circ}\text{C}$.

Шкала установки температуры довольно груба и потому точное значение установившейся температуры считывают со шкалы *ИНДИКАТОРА 2* при нажатой кнопке T_1 .

О ходе процесса нагрева можно судить по состоянию индикаторов на светодиодах «ИН-1» и «ИН-2» (рис. 8). Если температура воздуха в резонаторе ниже установленной задатчиком, то светится зеленый индикатор «ИН-1».

Если температура воздуха приближается или становится равной установленной задатчиком, то светятся оба индикатора - зеленый «ИН-1» и красный «ИН-2». Выход на режим термостатирования определяется по прекращению роста температуры.

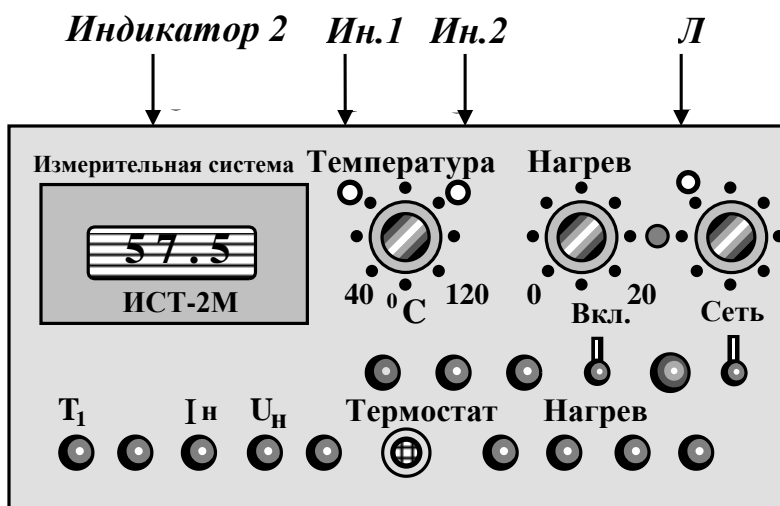


Рис. 8 Блок питания

Если температура воздуха приближается или становится равной установленной задатчиком, то светятся оба индикатора - зеленый «ИН-1» и красный «ИН-2». Выход на режим термостатирования определяется по прекращению роста температуры.

3. Секундомер

Во время проведения температурных измерений возникает необходимость пользования секундомером. Секундомер расположен в корпусе комплекса рядом с блоком генератора (рис. 6). На рис. 9 он изображен отдельно. Секундомер представляет собой электронные часы, которые могут работать в различных режимах.

Одним из режимов является режим *СЕКUNДОМЕР*. Часы не имеют выключателя и всегда работают в одном из возможных режимов. Перед измерениями

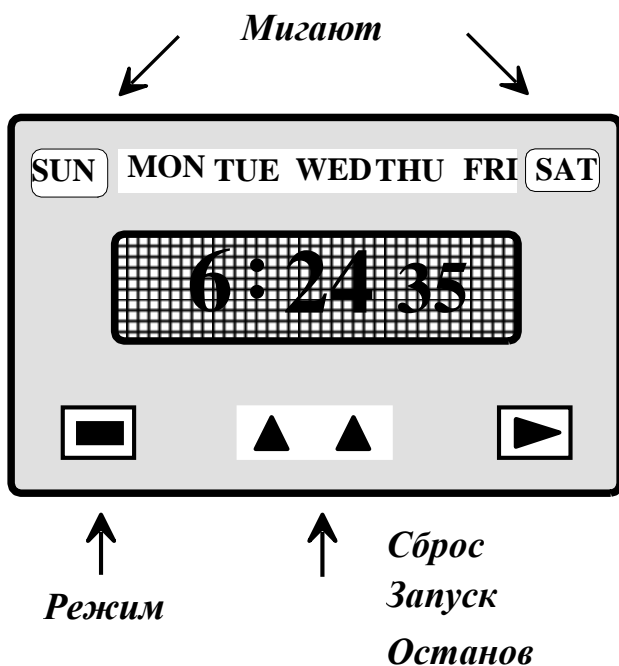


Рис. 9 Секундомер

убедитесь, что они работают в режиме *СЕКУНДОМЕР*. В режиме *СЕКУНДОМЕР* в верхней строке (дни недели) мигают две крайние надписи *SUN* и *SAT*. Если эти надписи светятся стабильно, то нажмите синюю кнопку установки режима столько раз, чтобы после очередного нажатия надписи *SUN* и *SAT* начали мигать (рис. 9). Для управления секундомером служит средняя кнопка с двумя желтыми треугольниками. Нажатием на кнопку рядом с правым треугольником можно останавливать и запускать секундомер. Нажатием на кнопку рядом с левым треугольником можно сбросить показания секундомера на нуль. Число, расположенное слева от двоеточия соответствует минутам, число справа от двоеточия - секундам. Следующее число вправо соответствует десятым и сотым долям секунды. На рис. 9 показан момент, когда секундомер зафиксировал интервал времени *6 мин. 24,35 сек.*

Перед измерениями потренируйтесь в запуске, останове и сбросе показаний секундомера. После тренировки остановите секундомер и сбросьте его показания на нуль.

III. ПОДГОТОВКА УСТАНОВКИ К ИЗМЕРЕНИЯМ

1. Соедините съемным кабелем блок питания с блоком генератора. Прежде чем вставить наконечники кабеля в блоки, отыщите в них «ключи» - выступы в металлических оболочках наконечников. Эти выступы необходимо совместить с углублениями в гнездах на блоках питания и генератора.
2. Поверните против часовой стрелки до упора ручки *ЧАСТОТА* и *АМПЛИТУДА* на блоке генератора. Такое положение ручек соответствует минимальной частоте и амплитуде напряжения генератора.
3. Рычажок тумблера *ВКЛ-НАГР* (рис. 8) опустите вниз (в направлении надписи *НАГР*). В этом состоянии тумблера цепь подачи напряжения на нагреватель резонатора разорвана.
4. Ручку *НАГРЕВ* поверните до упора по часовой стрелке. Такое положение ручки соответствует тому, что при включении нагревателя на нагреватель резонатора будет подано максимальное напряжение - *20 В*.
5. Ручку *ТЕМПЕРАТУРА* датчика на блоке питания поверните до упора против часовой стрелки.
6. Нажмите кнопку «*T₁*». При таком состоянии кнопки на *ИНДИКАТОРЕ-2* высвечивается температура воздуха в резонаторе.
7. Наденьте заглушку на верхний штуцер резонатора. Заглушка предотвратит циркуляцию воздуха в резонаторе во время нагрева. Заглушку выдает лаборант.
8. Подключите измерительный комплекс к сети *~220 В*. Эту операцию выполняет лаборант.
9. Включите тумблер *СЕТЬ* на блоке питания.

После включения тумблера *СЕТЬ*:

а) на блоке питания засветятся: «ИНДИКАТОР-2», и зеленый индикатор «ИН-1» термостата (рис. 8);

б) на блоке генератора – «ИНДИКАТОР-1» (рис.6).

«ИНДИКАТОР-2» регистрирует температуру воздуха в комнате.

IV. ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Скорость звука при заданной температуре измеряется на двух частотах генератора, первая из которых соответствует резонансу на основном тоне, вторая - резонансу на первом обертоне. Перед проведением основных измерений проделайте при комнатной температуре несколько пробных. Результаты пробных измерений записывать в тетрадь не нужно.

а. Пробные измерения

- Ручкой *АМПЛИТУДА* увеличьте амплитуду колебаний генератора настолько, чтобы было отчетливо слышно звучание динамика.
- Ручкой *ЧАСТОТА* начните медленно увеличивать частоту генератора, наблюдая при этом за индикатором *ИНД* на панели генератора. Если амплитуда колебаний генератора достаточно велика, то при достижении резонансной частоты индикатор начнет светиться ярким красным светом. Ручкой *АМПЛИТУДА* подберите такую амплитуду колебаний, чтобы по яркости светодиода можно было бы четко зафиксировать наступление резонанса. Это будет резонанс, соответствующий основному тону. При слишком большой яркости светодиода может быть потеряна точность регистрации момента наступления резонанса.
- По *ИНДИКАТОРУ-1* на панели блока генератора произведите отсчет частоты генератора ν_0 , соответствующей основному тону.
- Продолжите увеличение частоты генератора. После того, как светодиод индикатора *ИНД* погаснет, ручку *АМПЛИТУДА* генератора поверните до упора по часовой стрелке и продолжайте увеличение частоты генератора. Необходимость увеличения амплитуды колебаний генератора вызвана тем, что амплитуды колебаний в стоячей волне на первом обертоне ($\lambda_1 = x_0$) гораздо меньше, чем на основном тоне, $\lambda_0 = 2x_0$. Продолжите увеличение частоты генератора до наступления резонанса на первом обертоне. Так же, как и в первом случае, при достижении резонанса откорректируйте амплитуду колебаний.
- Прочитайте на *ИНДИКАТОРЕ-1* значение резонансной частоты ν_1 , соответствующей первому обертону.

Измерения резонансных частот для двух тонов (ν_0 и ν_1) выполните несколько раз, фиксируя каждый раз внимание на светодиоде индикатора *ИНД*. При правильной настройке на резонанс разброс частот не должен

превышать нескольких герц. При переходе к измерениям на основном тоне не забывайте уменьшать амплитуду колебаний генератора.

б. Основные измерения

Скорость звука измеряется при семи различных температурах, включая комнатную. К моменту проведения основных измерений температура воздуха в резонаторе за счет работы электронных схем станет немного выше комнатной. С нее и следует начать измерения. Температурный интервал между измерениями составляет, примерно, десять градусов Цельсия. Результаты измерений и последующих вычислений заносятся в таблицу 2. В первую строку таблицы заносятся результаты измерений температуры в $^{\circ}\text{C}$. Температура регистрируется дважды: первый раз под номером 1 перед началом измерения ν_0 и второй раз под номером 2 после измерения ν_1 . Два значения температуры записываются даже в том случае, если они окажутся одинаковыми. По результатам измерений вычисляется средняя температура опыта $T (^{\circ}\text{K})$, которая записывается в десятую строку таблицы 2. Во вторую и третью строки таблицы записываются результаты измерения частот основного тона ν_0 и первого обертона ν_1 при разных температурах.

В четвертую и пятую строки заносят результаты вычислений средних значений этих частот для разных температур.

В шестую и седьмую строки - значения скоростей звука, ν_0 и ν_1 , вычисленные по $\nu_0_{\text{средн}}$ и $\nu_1_{\text{средн}}$ для разных температур [форм. (27)].

В восьмую и девятую строки - средние значения скоростей звука, вычисленные для разных температур и их квадраты, соответственно. При проведении основных измерений следует придерживаться следующего порядка:

Начало измерений

- Запишите в таблицу первое значение температуры.
- Измерьте значение резонансной частоты ν_0 . Измерения ν_0 выполните пять раз, «сбивая» всякий раз предыдущую настройку.
- Измерьте значение резонансной частоты ν_1 не забыв при этом увеличить амплитуду колебаний генератора. Измерения ν_1 также выполните пять раз.
- После измерения ν_1 запишите в таблицу второе значение температуры.
- Установите метку на ручке задатчика температуры в блоке питания на температуру 45°C по шкале задатчика.
- Включите тумблером *ВКЛ-НАГР* нагреватель резонатора. В этом положении он остается до конца измерений. (Напряжение 20 В было установлено на нем ранее.)
- Запустите секундомер.

- Подготовьтесь к следующему измерению V_0 при новом значении температуры: уменьшите амплитуду колебаний генератора и вернитесь к предыдущей частоте V_0 .

Таблица 2

	Нагрев	Выкл.	Вкл.	Вкл.	Вкл.	Вкл.	Вкл.	Вкл.
	задатчик	на мин.	45 °С	55 °С	65 °С	75 °С	85 °С	95 °С
1	$t, ^\circ\text{C}$	2 знач.						
2	$\nu_0, \text{Гц}$	5 знач.						
3	$\nu_1, \text{Гц}$	5 знач.						
4	$\nu_0, \text{Гц}$	средн.						
5	$\nu_1, \text{Гц}$	средн.						
6	$V_0, \text{м/с}$							
7	$V_1, \text{м/с}$							
8	$V, \text{м/с}$	средн.						
9	$V^2 \text{ м}^2/\text{с}^2$							
10	$T, \text{К}$							

- Через *10 минут* повторите измерения, описанные ранее.

Измерения частот ν_0 и ν_1 выполните для следующих значений температур, устанавливаемых на задатчике: 45°C , 55°C , 65°C , 75°C , 85°C и 95°C . Время нагрева при переходе от одной температуры к другой сохраняйте равным, примерно, *10 мин.*

V. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В данной установке длина акустического резонатора x_0 равна *180 мм*. В соответствии с формулой (28) теоретического введения длины волн основного тона и первого обертона равны:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 2x_0 \\ \lambda_1 &= x_0,\end{aligned}\tag{31}$$

где x_0 - длина акустического резонатора.

Скорости звука при различных температурах вычислите по формулам:

$$\begin{aligned}V_0 &= 2x_0 \nu_0 \\ V_1 &= x_0 \nu_1.\end{aligned}\tag{32}$$

Результаты вычислений занесите в строки 6 и 7 таблицы 2. В столбцы 8 и 9 таблицы 2 занесите среднее значение скорости звука $V = (V_1 + V_0)/2$ и ее квадрат.

Из формулы (34) теоретического введения к задаче № 41 (см. лаб. работу № 41 в настоящем сборнике) следует, что квадрат скорости звука в воздухе равен

$$V^2 = \gamma \frac{R}{\mu} T, \quad (33)$$

где $\gamma = C_p/C_v$, $R = 8,31$ [Дж/(моль К)] - универсальная газовая постоянная, $\mu = 29,2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль - молярный вес воздуха.

После введения обозначения

$$b = \gamma \frac{R}{\mu} \quad (34)$$

соотношение (33) принимает вид

$$V^2 = b T. \quad (35)$$

Соотношение (34) позволяет по результатам выполненных измерений определить значение γ для воздуха. Для этого на миллиметровой бумаге постройте график зависимости $V^2 = f(T)$ выбирая из девятой и десятой строк табл. 2 соответствующие значения V^2 и T . Определите угловой коэффициент прямой b и по формуле

$$\gamma = b \frac{\mu}{R}. \quad (36)$$

- Вычислите значение γ .

При ОТЧЕТЕ о поделанной работе представить:

1. Заполненную таблицу 2.
2. График температурной зависимости $V^2 = f(T)$.
3. Значение γ для воздуха, вычисленное по формуле (36).

Оцените погрешность измерений γ .

ЛИТЕРАТУРА

- 1). Д.В.Белов, «Механика», изд. «Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова», 1998 г., глава IX – Волновые процессы в механике
§39 Общие представления о волновых процессах.
§40 Формула и дифференциальное уравнение волны.
§41 Стоячие волны.
- 2). Савельев И.В. «Курс физики» т. 2, изд. «Наука», 1989 г., часть 2 – Колебания и волны, глава 11 – Волновые процессы,
§72 Волны в упругой среде.
§73 Уравнение бегущей волны.
§74 Волновое уравнение

§77 Звуковые волны.

§78 Стоячие волны.