

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**имени М. В. Ломоносова**

---

**Физический факультет**

**кафедра общей физики и физики конденсированного состояния**

**Методическая разработка**

**по общему физическому практикуму**

**Лаб. работа № 79**

**ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ  
РЕШЕТКИ**

**Описание составили**

**доцент Белов Д.В. и доцент Пустовалов Г.Е.**

**Москва - 2012**

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

## ПОНЯТИЕ О ДИФРАКЦИИ (теоретическое введение)

*Дифракцией света* называют отклонения от закона прямолинейного распространения света, проявляющиеся при наличии на пути световой волны препятствий. При дифракции в области, где по законам геометрической оптики должна быть тень, а также вне области тени вблизи её границ, как правило, наблюдается закономерное чередование светлых и тёмных пятен (рис. 1). Распределение интенсивности света, возникающее вследствие дифракции, называется дифракционной картиной.

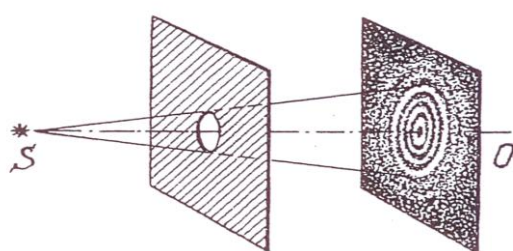


Рис. 1

Дифракция возникает в любом случае, если на пути волны имеются препятствия. Однако обнаруживается она легко лишь в тех случаях, когда размеры препятствий сравнимы с величиной длины волны. Для световых волн оптического диапазона (длина волны  $\lambda \sim 0,5 \text{ мкм}$ ) размеры препятствий в подавляющем большинстве случаев во много раз превышают длину волны. Углы, на которые отклоняются световые лучи, проходящие вблизи препятствий такого размера, оказываются весьма малыми. Чтобы получить дифракционную картину достаточно больших размеров, экран для её наблюдения приходится ставить на значительном удалении от препятствия. В этом случае дифракционная картина при пользовании точечным источником света имеет малую интенсивность. Интенсивность можно увеличить путём увеличения размеров источника. Однако свет, идущий от каждой точки источника, образует свою дифракционную картину. Наложение этих не совпадающих между собой картин приводит к тому, что чёткой дифракционной картины наблюдать не удаётся. Она практически полностью скрадывается наличием полутеней. Поэтому, если для каких-либо целей, научных или практических, требуется наблюдение чёткой дифракционной картины, то приходится соблюдать целый ряд часто противоречащих условий (соотношение между размерами препятствия и длины волны света, удаление источника света от препятствия и препятствия от места наблюдения дифракционной картины, размеры источника и степень его монохроматичности).

Геометрическая оптика не накладывает никаких ограничений на величину и качество изображений, получаемых при помощи таких приборов как микроскоп, телескоп, фотоаппарат. Если устранить недостатки оптических систем, связанные с некогерентностью света и неточностью изображений, даваемых сферическими преломляющими поверхностями при широких пучках, то становится заметной дифракция

света на диафрагмах приборов. Проявляется дифракция в том, что каждая точка предмета изображается оптической системой в виде пятнышка, окружённого тёмными и светлыми кольцами. Детали изображения, размеры которых меньше диаметров пятнышек, различить не удаётся. Поэтому дальнейшее увеличение изображения бесполезно. Ограничения, накладываемые дифракцией на увеличение оптических приборов и на качество изображений, даваемых ими, принципиально неустранимы. Однако влияние дифракции может быть уменьшено увеличением диаметров объективов либо использованием света с возможно меньшей длиной волны.

Наличие в дифракционной картине максимумов и минимумов интенсивности показывает, что при дифракции имеет место интерференция. Поэтому перед тем, как обратиться непосредственно к объяснению дифракции, коротко остановимся на интерференции света.

## ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

**Интерференцией** света называется такое наложение световых волн, при котором в некоторой области пространства наблюдается закономерное чередование максимумов и минимумов интенсивности света. Для световых волн интерференция возникает лишь в том случае, если складываемые волны испускаются так называемыми *когерентными* (т.е. согласованными) источниками. В противном случае происходит простое сложение интенсивностей пучков света без образования максимумов и минимумов.

Когерентными являются источники, испускающие монохроматические волны с одинаковой частотой. Колебания в таких источниках происходят по гармоническому закону, причём разность фаз колебаний должна оставаться постоянной, по крайней мере, в течение времени, необходимого для наблюдения интерференции. Вследствие поперечности электромагнитных световых волн имеется ещё добавочное условие когерентности: векторы напряжённости электрического поля складываемых волн не должны быть взаимно перпендикулярны. Волны (световые пучки), испускаемые когерентными источниками, также называются когерентными.

Если источники света когерентны, то величина интенсивности в той или иной точке пространства определяется лишь взаимным расположением этой точки и источников. Например, пусть имеются два когерентных источника, колебания которых происходят в одной фазе. В некоторой точке пространства волны, приходящие от этих источников, создают гармонические колебания. Результат сложения гармонических колебаний с одинаковой частотой, как известно, определяется разностью фаз складываемых колебаний. В частности, если время распространения света до данной точки от одного из источников отличается от времени его распространения от другого источника на целое число периодов колебаний,

то складываемые колебания имеют одинаковую фазу. В этом случае амплитуда результирующего колебания равна сумме амплитуд складываемых колебаний и, следовательно, больше амплитуды каждого из них. Так как за время, равное периоду колебаний, световое возмущение проходит расстояние, равное длине волны  $\lambda$ , то разность расстояний  $d_2$  и  $d_1$  от источников до рассматриваемой точки (так называемая разность хода волн) равна целому числу длин волн <sup>1</sup>. Таким образом, в данном случае

$$d_2 - d_1 = m\lambda, \quad (1)$$

где  $m$  - целое число (см. рис. 2, на котором  $S_1$  и  $S_2$  - когерентные источники света,  $B$  - точка, где происходит сложение колебаний).

Если разность хода волн от источников до некоторой другой точки составляет нечётное число полуволен (полуцелое число длин волн), т.е.

$$d_2 - d_1 = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

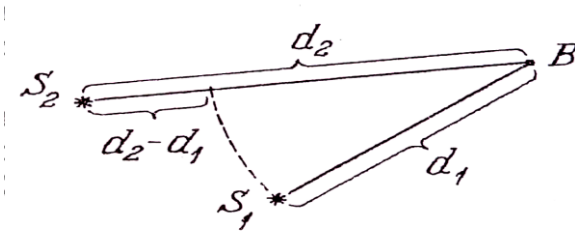


Рис. 2

то времена распространения светового возмущения от источников до этой точки отличаются на нечётное число половин периодов и, следовательно, колебания, приносимые в эту точку волнами, имеют противоположные фазы. При сложении таких колебаний получается колебание с амплитудой равной разности их амплитуд.

Интенсивность, наблюдаемая в данной точке, пропорциональна среднему значению квадрата амплитуды колебаний за время, необходимое для регистрации картины. Стало быть, условие (1), соответствующее наибольшему значению амплитуды результирующих колебаний, определяет положение точек, в которых *интенсивность максимальна*. Условие же (2), соответствующее наименьшему значению амплитуды результирующих колебаний, определяет положение точек, в которых *интенсивность минимальна*. В точках, для которых условия (1) и (2) не выполняются, значения интенсивности оказывается промежуточными. В целом распределение интенсивности в пространстве представляет собой интерференционную картину в виде закономерно чередующихся светлых и тёмных пятен.

Суть дела не меняется, если имеется не два, а большее число когерентных источников. При заданных частоте и начальных фазах колебаний источников интерференционная картина по-прежнему будет

<sup>1</sup> Здесь предполагается, что распространение света происходит в однородной среде и что длина волны  $\lambda$  соответствует длине волны света также в этой среде. Если свет проходит через области, в которых среда обладает разными оптическими свойствами, то время прохождения светового возмущения через каждую область нужно учитывать отдельно. На практике это сводится к подсчёту так называемой оптической длины пути.

определяться расположением источников, хотя, конечно, условия максимумов и минимумов будут иметь более сложный вид.

Наблюдение интерференции в оптике связано с получением когерентных пучков света. Возбуждённые атомы, входящие в состав источников света, испускают световые волны в виде так называемых *цугов* – отрезков электромагнитных волн, близких к монохроматическим. Обычно цуг испускается в течение времени порядка  $10^{-8}c$ . Энергию, необходимую для возбуждения, атомы чаще всего получают за счёт хаотического теплового движения. Поэтому и спускание цугов (за исключением случаев, когда источником служит оптический квантовый генератор – лазер) происходит *несогласованно*, беспорядочно во времени. Колебания, вызываемые многочисленными цугами в какой-либо точке пространства, за время наблюдения успевают сменить фазу огромное число раз, т.е. условия когерентности не выполняются. В результате интерференцию при помощи независимых источников света получить не удаётся.

Для получения интерференции используется следующий приём. Свет, идущий от одного источника, делится на несколько пучков. Затем эти пучки направляются в одну область пространства при помощи каких-либо оптических устройств (зеркал, линз, призм и т.д.). Части одного и того же цуга приходят в некоторую точку пространства в составе разных пучков, пройдя разные пути. Разность фаз колебаний, вызываемых этими частями цуга, определяется разностью их хода от источника до рассматриваемой точки. Если размеры источника достаточно малы (источник точечный), то разность хода частей цуга оказывается одной и той же независимо от того, какой из атомов источника испустил цуг, и в какой момент времени произошло испускание. Поэтому и результат сложения колебаний, вызванных частями цуга, для всех цугов с одной и той же длиной волны оказывается одинаковым. Если, например, при сложении колебаний, вызванных частями одного цуга в данной точке, получилась максимальная амплитуда, то части и всех других цугов в этой точке дадут при сложении максимальную амплитуду. В другой точке части всех цугов при сложении могут дать минимальные амплитуды. В результате в одной точке получится максимум интенсивности, в другой – минимум, т.е. в пространстве образуется интерференционная картина. Таким образом, световые волны, приходящие в некоторую область пространства разными путями от одного и того же источника, могут интерферировать между собой, т.е. являются когерентными.

## ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА – ФРЕНЕЛЯ

Основные особенности дифракции волн вообще и световых волн в частности можно объяснить при помощи так называемого *принципа Гюйгенса-Френеля*. Более строгое объяснение дифракции электромагнитных волн (в том числе световых) даёт теория

электромагнетизма Максвелла. Однако ввиду её сложности мы здесь на ней останавливаться не будем.

Напомним, что согласно известному *принципу Гюйгенса*, каждую точку пространства, до которой дошло возмущение, распространяющееся в виде волны, можно принять за источник сферических волн. Принцип Гюйгенса позволяет проследить за распространением фронта волны – поверхности, до точек которой возмущение, распространяющееся от данного

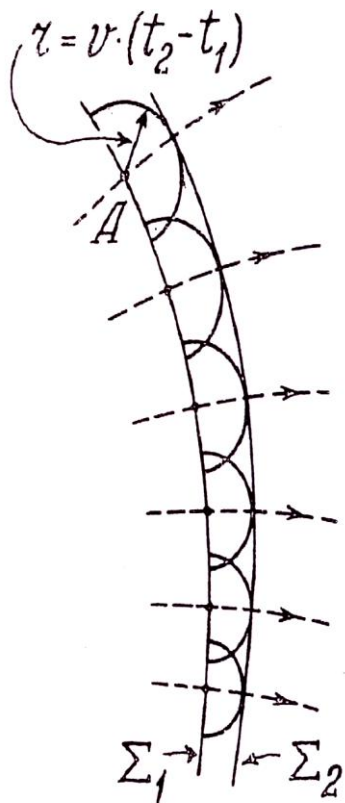


Рис. 3

источника, доходит одновременно. Для этого на пути распространения волны берут некоторую, вообще говоря, произвольную воображаемую поверхность  $\Sigma_1$  (рис. 3). Пусть от источника до некоторой точки  $A$ , лежащей на этой поверхности, возмущение доходит за время  $t_1$ . Если в данной области пространства возмущение распространяется со скоростью  $v$ , то к моменту времени  $t_2$  (время отсчитывается с момента испускания возмущения первичным источником) возмущение, распространяющееся от точки  $A$ , принятой за вторичный источник, достигнет поверхности сферы радиуса  $r = v(t_2 - t_1)$ . Обычно изображают только часть этой сферы – полусферу в направлении распространения волны. Такие полусферы строят для большого числа вторичных источников, взятых на поверхности  $\Sigma_1$ . Радиусы этих полусфер могут быть различными, так как времена  $t_1$  для разных точек поверхности  $\Sigma_1$  могут отличаться друг от друга и скорость  $v$  распространения возмущения в разных областях

пространства может быть неодинаковой. Поверхность  $\Sigma_2$ , касающаяся всех таких полусфер (огibaющая поверхность), представляет собой положение фронта волны в момент времени  $t_2$ . Проводя такое построение для ряда моментов  $t_2$ , можно получить последовательные фронты волны по мере распространения возмущения. Построение заметно облегчается, если в качестве вспомогательной поверхности  $\Sigma_1$  взять фронт волны в какой-либо момент времени. Тогда  $t_1$  будет одинаково для всех вторичных источников, а величина  $\Delta t = t_2 - t_1$  будет соответствовать промежутку времени, в течение которого фронт волны перемещается от поверхности  $\Sigma_1$  до поверхности  $\Sigma_2$ . Линии, перпендикулярные фронту волны, в геометрической оптике соответствуют лучам. Вдоль них в изотропной среде происходит распространение энергии, которую несёт с собой световая волна.

Из принципа Гюйгенса следует, что при наличии на пути волны каких-либо препятствий могут возникать отклонения от законов геометрической оптики, т.е. может наблюдаться дифракция. Например, пусть на пути световой волны, испускаемой точечным источником  $S$ , имеется непрозрачный экран с малым отверстием (рис.4). Согласно законам геометрической оптики, свет, прошедший через отверстие, должен распространяться узким пучком, показанным на рис. 4 штриховыми линиями. В то же время при достаточно малой величине отверстия участок фронта волны, лежащий в самом отверстии, можно, согласно принципу Гюйгенса, принять за точечный источник, от которого распространяется сферическая волна, заходящая и в область геометрической тени.

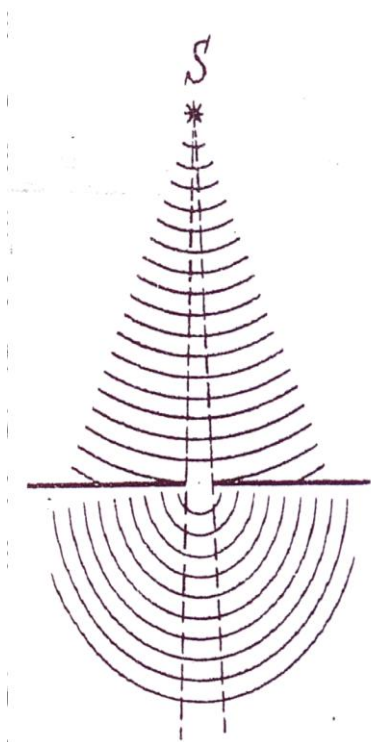


Рис. 4

Для объяснения распределения интенсивности в дифракционной картине Френель дополнил принцип Гюйгенса следующими предположениями:

- 1) монохроматический свет представляет собой распространение в пространстве гармонических колебаний;
- 2) распределение интенсивности в дифракционной картине можно представить как результат интерференции волн, испускаемых

вторичными источниками.

Рассмотрим теперь принцип Гюйгенса-

Френеля более подробно.

Прежде всего, мы в дальнейшем будем считать, что каким-либо способом, например, при помощи светофильтра, обеспечена монохроматичность света, который используется для получения дифракционной картины. Примем в качестве характеристики возмущения, распространяющегося в виде световой электромагнитной волны, напряжённость электрического поля  $E$ . Пусть источник испускает электромагнитную волну, в которой колебания происходят по гармоническому закону с частотой  $\omega$ . Если начальная фаза колебаний источника принята за нуль, то в какой-либо точке пространства, где проходит волна, колебания напряжённости происходят по закону

$$E = E_0 \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \sin[\omega(t - t_{зан})]. \quad (3)$$

Здесь  $t_{зан}$  представляет собой время запаздывания, т.е. промежуток времени, в течение которого возмущение распространяется от источника до этой точки. Из формулы (3) видно, что в точках пространства, для которых  $t_{зан}$



одно и то же, колебания происходят в одной фазе. Отсюда следует, что в случае монохроматической волны построение Гюйгенса определяет расположение *поверхностей равных фаз*, или иначе *волновых поверхностей*.

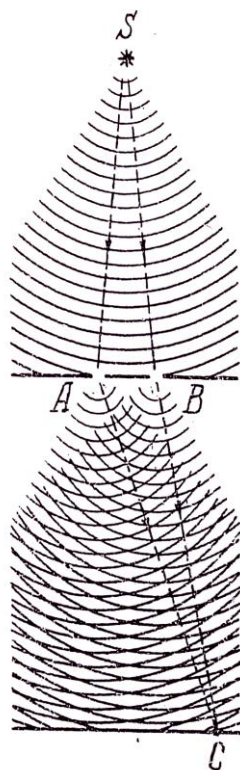


Рис. 5

То, что волны, испускаемые вторичными источниками, интерферируют, т.е. являются когерентными, можно уяснить, обратившись к интерференционной схеме Юнга, в которой для получения интерферирующих пучков света используется непрозрачный экран с двумя малыми отверстиями  $A$  и  $B$  (рис. 5). Участки волновой поверхности, расположенные в отверстиях, являются здесь вторичными источниками, испускающими сферические волны в пространство за экраном. Эти сферические волны включают в себя части одного и того же цуга электромагнитной волны, испущенной атомом источника, идущие к произвольной точке  $C$  разными путями  $SAC$  и  $SBC$ . Согласно изложенным в предыдущем параграфе представлениям, наложение таких частей цуга и приводит к возникновению интерференционной картины.

Применение принципа Гюйгенса-Френеля осуществляется следующим образом. Пусть требуется найти интенсивность света, испускаемого источником света  $S$ , в некоторой точке  $B$ , которую в дальнейшем мы будем называть точкой наблюдения (рис. 6). Окружим источник произвольной

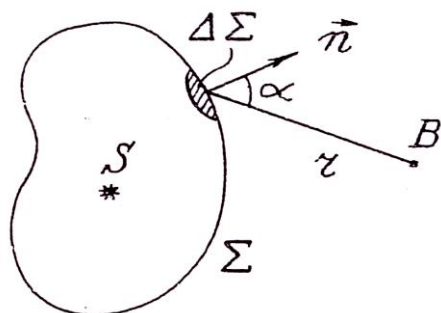


Рис. 6

вспомогательной поверхностью  $\Sigma$  и разобьём эту поверхность на малые участки  $\Delta\Sigma$ . На размеры участков накладываем условие: разница между расстояниями от двух любых точек участка до точки наблюдения должна быть значительно меньше длины световой волны. Примем каждый такой участок за точечный вторичный источник. Волны, испускаемые вторичными источниками, создают в точке наблюдения гармонические колебания той же частоты, которую имеет световая волна, испускаемая источником  $S$ . Сложим колебания, приходящие от всех участков поверхности  $\Sigma$  с учётом их амплитуд и начальных фаз. Интенсивность света в точке  $B$  определится как величина, пропорциональная квадрату амплитуды суммарного колебания.

Рассмотрим условия, которые определяют амплитуды и начальную фазу колебаний, приходящих в точку наблюдения от какого-либо вторичного источника, расположенного на вспомогательной поверхности.

Амплитуда колебаний в точке наблюдения  $B$ : 1) пропорциональна площади участка  $\Delta\Sigma$ , 2) пропорциональна амплитуде колебаний, создаваемых источником  $S$  на участке  $\Delta\Sigma$ , 3) обратно пропорциональна расстоянию  $r$  от участка  $\Delta\Sigma$  до точки  $B$  (что характерно для любой сферической волны) и 4) по предположению Френеля, убывает по мере увеличения угла  $\alpha$  между нормалью  $\vec{n}$  к участку  $\Delta\Sigma$  и направлением на точку  $B$ . В свою очередь, амплитуда колебаний, создаваемых источником  $S$  на участке  $\Delta\Sigma$ , зависит от расстояния между источником и участком. Наконец, в некоторых случаях приходится учитывать уменьшение амплитуды вследствие поглощения света средой.

Начальная фаза колебаний, приходящих в точку наблюдения  $B$ , определяется начальной фазой колебаний вторичного источника и временем распространения светового возмущения от вторичного источника до точки  $B$ . В свою очередь, начальная фаза колебаний вторичного источника зависит от времени распространения возмущения от источника  $S$  до данного участка  $\Delta\Sigma$ . В обоих случаях время распространения возмущения зависит от расстояний, проходимых возмущениями, и от свойств среды, и в конечном итоге определяется оптической длиной соответствующих путей.

Если на пути распространения света имеются препятствия в виде непрозрачных экранов, то в поверхность  $\Sigma$  включают поверхность этих экранов, полагая, что на участках, совпадающих с экранами, вторичные источники отсутствуют.

Ввиду большого числа величин, подлежащих учёту для установления распределения интенсивности в дифракционной картине, применение принципа Гюйгенса-Френеля приводит к весьма сложным математическим задачам. Однако в конкретных случаях возможны значительные упрощения. В дальнейшем мы будем считать, что свет распространяется в пустоте. В этом случае оптическая длина пути совпадает с геометрической, а поглощение света отсутствует. Если в качестве вспомогательной поверхности  $\Sigma$  взята волновая поверхность, то колебания всех вторичных источников происходят в одинаковой фазе, которую можно считать равной нулю. В результате начальная фаза колебаний, приходящих в точку наблюдения, определяется только расстоянием до неё от вторичного источника. Далее мы будем рассматривать только такие случаи, когда во всех точках поверхности  $\Sigma$  колебания, приходящие от источника  $S$ , имеют одинаковую амплитуду и, стало быть, амплитуда колебаний, приходящих в точку наблюдения от данного участка  $\Delta\Sigma$ , определяется в основном площадью этого участка. Наконец, в тех случаях, когда нет необходимости в определении интенсивности в различных точках дифракционной картины, а требуется найти лишь положение максимумов и минимумов интенсивности, то в некоторых сравнительно простых случаях можно воспользоваться

качественными методами – методом зон Френеля и методом векторных диаграмм.

## ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ЩЕЛИ

Под *дифракцией Фраунгофера*, или иначе – дифракцией «в параллельных лучах», подразумеваются случаи наблюдения дифракционных картин на столь больших расстояниях от препятствия, что лучи, идущие к точке наблюдения от вторичных источников, расположенных на вспомогательной поверхности вблизи препятствия, можно считать параллельными. Расчёты дифракционных картин в случае дифракции Фраунгофера несколько проще, чем в случае дифракции Френеля. Для дифракции на некоторых препятствиях сравнительно простой формы можно найти строгие формулы как для положения дифракционных максимумов и минимумов, так и для полного распределения интенсивности в дифракционной картине и, следовательно, имеется возможность точного сравнения результатов эксперимента с расчётом. Благодаря этому дифракция Фраунгофера широко используется на практике и, прежде всего, для точных измерений длин световых волн. Из теории дифракции Фраунгофера следуют важные выводы о формировании изображения в оптических приборах и об их разрешающей способности.

Вместо удаления источника света и точки наблюдения на большое расстояние от препятствия, для получения параллельного пучка света, падающего на препятствие, и для выделения идущих по разным

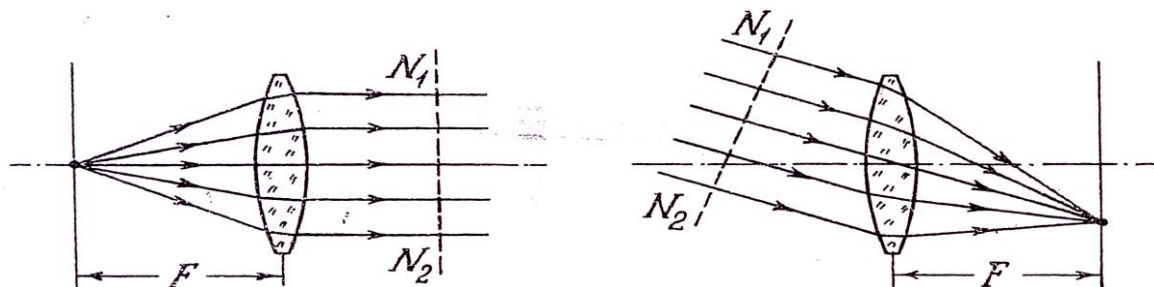


Рис. 7

направлениям параллельных пучков дифрагирующих лучей используют линзы. При этом существенными являются следующие свойства линз. Если точечный источник света помещён в фокальной плоскости собирающей линзы, то сферическая световая волна, идущая от источника, после прохождения через линзу становится плоской. Это означает, что плоскость  $N_1N_2$ , перпендикулярная параллельному пучку лучей, вышедшему из линзы, является волновой поверхностью (рис. 7). Время распространения светового возмущения от источника до любой из точек этой плоскости одно и то же. Это свойство называется *таутохронизмом*. Верно и обратное: если на

линзу падает параллельный пучок лучей, то световое возмущение от любой из точек плоскости, перпендикулярной пучку, пройдя через линзу, доходит до её фокуса за одинаковое время. Иначе говоря, оптическая разность хода лучей между плоскостью  $N_1N_2$ , перпендикулярной параллельному пучку лучей, проходящему через линзу в том или ином направлении, и точкой их схождения в фокальной плоскости линзы равна нулю.

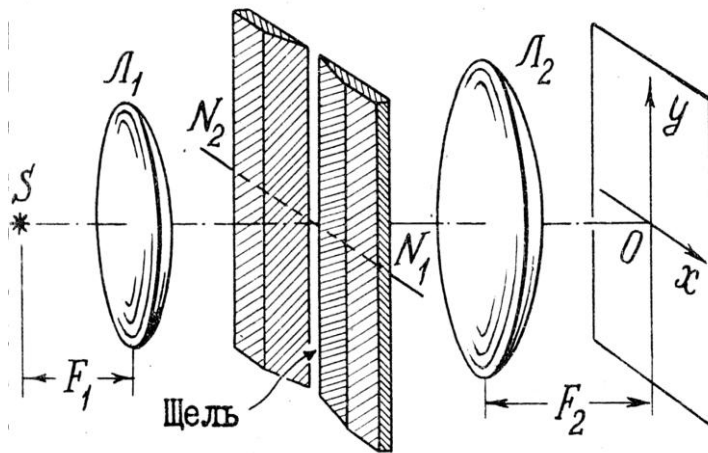


Рис. 8

Мы рассмотрим здесь дифракцию Фраунгофера на узкой щели, наблюдаемую согласно схеме, изображённой на рис. 8. Расходящийся пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda$ , идущий от точечного источника  $S$ , при помощи линзы  $L_1$  (так называемой коллиматорной линзы)

превращается в параллельный пучок, падающий на узкую щель. Щель, в частности, может быть образована двумя пластинками, острые края которых расположены параллельно друг другу. Вторая линза  $L_2$  выбирает из дифрагирующих лучей параллельные пучки: все лучи, имеющие одинаковое направление, сводятся этой линзой в одну точку экрана, помещённого в фокальной плоскости линзы; имеющие другое направление, сводятся в другую точку и т.д.

При отсутствии препятствия на экране наблюдается светящаяся точка  $O$ , представляющая собой изображение источника, даваемое системой двух линз. Примем точку  $O$  за начало декартовой системы координат, расположенной в плоскости экрана, и направим ось  $y$  вдоль щели, а ось  $x$  - поперёк неё. Так как продольные размеры щели обычно в сотни и тысячи раз больше поперечных, то дифракция происходит практически лишь в направлении оси  $x$ . Для исследования дифракционной картины вдоль оси  $x$  удобно изобразить сечение системы плоскостью, в которой лежит оптическая ось  $SO$  и ось  $x$ , и которая пересекает щель по линии  $N_1N_2$  (рис. 9).

Применяя метод Гюйгенса-Френеля, возьмём в качестве вспомогательной поверхности  $\Sigma$  плоскость, проходящую по поверхности пластин, образующих щель. На рис. 9 эта поверхность изображается линией  $N_1N_2$ . Вторичные источники располагаются только на участке плоскости, который находится внутри щели (участок  $M_0M$ ). Этот участок поверхности  $\Sigma$  является волновой поверхностью для параллельного пучка света,

проходящего через линзу  $L_1$ . Поэтому колебания всех вторичных источников происходят в одной фазе. Хотя от вторичных источников лучи идут по всем направлениям, но на рис. 9 изображён лишь ряд параллельных лучей, образующих угол  $\varphi$  с оптической осью системы и сходящихся в фокальной плоскости линзы  $L_1$  (на экране) в точке наблюдения  $B$ .

Проведём через точку  $M_0$  плоскость, перпендикулярную рассматриваемым лучам (рис. 9). На рисунке эта плоскость изображается линией  $M_0P$ . В дальнейшем мы будем называть её плоскостью  $M_0P$ . От точек этой плоскости, согласно сказанному ранее, световое возмущение идёт до точки  $B$  вдоль всех лучей одинаковое время. Поэтому разности фаз колебаний, приходящих от вторичных источников в точку  $B$ , возникают только за счёт разности хода лучей в промежутке между плоскостью  $M_0P$  и поверхностью  $\Sigma$ .

Разобьём участок поверхности  $\Sigma$ , на котором расположены вторичные

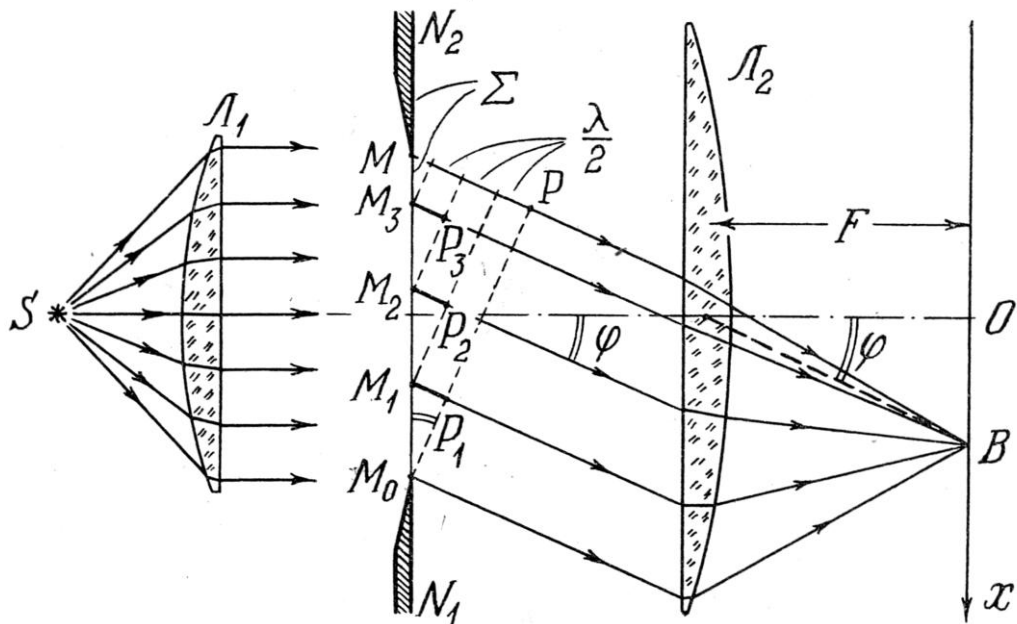


Рис. 9

источники, на зоны Френеля. Для этого в промежутке между плоскостью  $M_0P$  и точкой  $M$  построим ряд плоскостей, параллельных плоскости  $M_0P$  так, чтобы расстояния между двумя соседними плоскостями было равно  $\frac{\lambda}{2}$  (изображены пунктиром). Эти плоскости пересекут участок поверхности  $\Sigma$ , находящейся внутри щели, по линиям, параллельным краям щели. На рис. 9 эти линии проходят через точки  $M_1, M_2$  и т.д. перпендикулярно плоскости рисунка. В результате поверхность  $\Sigma$  внутри щели оказывается разбитой на полосы, параллельные краям щели. Эти полосы и представляют собой зоны Френеля. Согласно построению, разности хода лучей, идущих в точку  $B$  от

противоположных границ одной и той же зоны, определяемые длиной отрезков  $M_1P_1$ ,  $M_2P_2$  и т.п., равны  $\frac{\lambda}{2}$ .

Выделим в двух соседних зонах одинаковые по ширине узкие полоски,

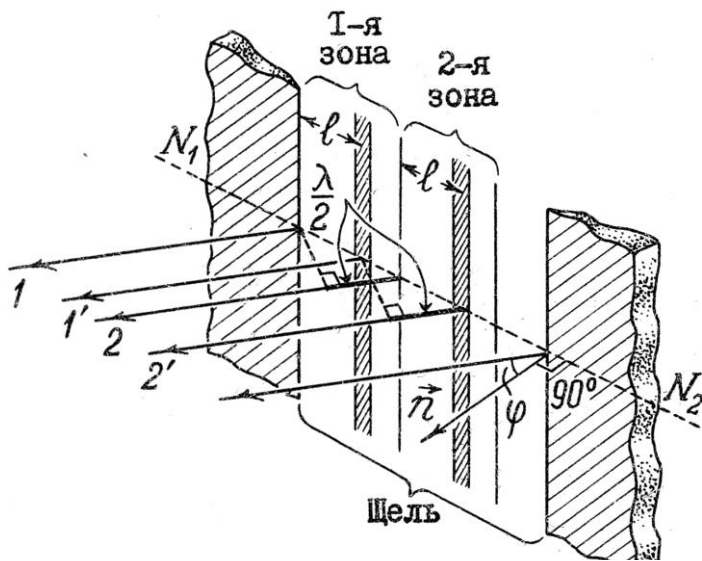


Рис. 10

параллельные границам зон и расположенные на одном и том же расстоянии  $l$  от границ (соответственные полоски). На рис. 10 эти полоски заштрихованы. Легко видеть, что разность хода лучей  $1'$  и  $2'$ , идущих от этих полосок в точку  $B$ , равна разности хода лучей  $1$  и  $2$ , идущих в эту точку от противоположных границ зоны, т.е. равна  $\frac{\lambda}{2}$ . Таким образом, колебания от соответственных полосок приходят в точку  $B$  в противоположных фазах.

Амплитуды этих колебаний равны вследствие равенства как площадей полосок, так и углов, которые составляют лучи  $1'$  и  $2'$  с нормалью  $\vec{n}$  к поверхности  $\Sigma$ . Следовательно, колебания, приходящие в точку  $B$  от соответственных полосок соседних зон, полностью погашают друг друга. Так как все зоны имеют одинаковую ширину (отрезки  $M_0M_1$ ,  $M M_2$  и т.д. на рис. 9 равны между собой), то каждой полоске в одной зоне найдётся соответственная полоска в соседней зоне и, стало быть, колебания, приходящие в точку  $B$  от двух соседних зон, взаимно уничтожаются.

Поэтому интенсивность света в точке наблюдения  $B$  определяется числом зон, укладывающихся на открытом участке вспомогательной поверхности  $\Sigma$ . Как видно из рис. 9, число зон  $k$ , укладывающихся в щели, равно числу полуволн, укладывающихся на отрезке  $MP$  - разности хода лучей, идущих от краёв щели:

$$MP = k \frac{\lambda}{2}. \quad (4)$$

Дифракционная картина на экране выглядит следующим образом. В центре экрана при  $x=0$  будет максимум интенсивности, так как в этом случае  $\varphi=0$ , плоскость  $M_0P$  совпадает с вспомогательной поверхностью  $\Sigma$  и от всех участков этой поверхности в точку  $B$  колебания приходят в одинаковой фазе. По мере удаления точки  $B$  от центра экрана возрастает угол  $\varphi$  и вместе с ним увеличивается отрезок  $MP$ , а, следовательно, растёт число зон в щели. На экране при этом чередуются минимумы и максимумы

интенсивности. Минимумы будут в тех точках, для которых в щели укладывается чётное число зон ( $k = 2n$ ,  $MP = n\lambda$ ), поскольку колебания от каждой пары соседних зон взаимно погашаются, а максимумы – в тех точках, для которых в щели укладывается нечётное число зон ( $k = 2n + 1$ ,  $MP = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$ ), поскольку колебание от одной целой крайней зоны при сложении остается нескомпенсированным. Выразим величину отрезка  $MP$  через ширину щели  $b = M_0M$  и угол  $\varphi$ . Так как угол  $MM_0P$  в прямоугольном треугольнике  $MM_0P$  равен углу  $\varphi$  (это углы с взаимно перпендикулярными сторонами), то  $MP = b \sin|\varphi|$ . Отсюда легко получить следующие условия для максимумов и минимумов:

$$b \sin \varphi = \pm n\lambda \quad - \text{условие минимумов,} \quad (5)$$

$$b \sin \varphi = \pm(2n + 1)\frac{\lambda}{2} \quad - \text{условие максимумов,} \quad (6)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь под  $n$  подразумевается число зон, которое может быть только положительным; знаки же плюс и минус соответствуют областям дифракционной картины при  $\varphi > 0$ ,  $x > 0$  и при  $\varphi < 0$ ,  $x < 0$ . С другой стороны, число  $n$  представляет собой номер максимума, считая от центра. При этом центральному максимуму, для которого  $\varphi = 0$  и который не укладывается в формулы (5)-(6), приписывается нулевой номер. Число  $n$  называют также порядком дифракционного максимума. Следует заметить, что строгий расчёт даёт условия максимумов несколько отличные от (6) в то время как для минимумов и в этом случае сохраняются условия (5).

В формулах (5)-(6) положение максимумов характеризуется углом  $\varphi$ , который составляет с оптической осью системы параллельный пучок лучей, сходящихся после прохождения линзы в точке экрана, где и наблюдается данный максимум или минимум. Определим непосредственно координаты  $x$  точек максимумов и минимумов. Как следует из рис. 9, координата  $x = OB$  точки  $B$  экрана связана с углом  $\varphi$  соотношением:  $x = Ftg\varphi$ , где  $F$  - фокусное расстояние линзы. Если ограничиться рассмотрением малых углов дифракции и, соответственно, не слишком большой областью дифракционной картины вблизи центра экрана, то  $tg\varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi$ , так что  $x = F\varphi$ . Из этого выражения при помощи формул (5)-(6), в которых  $\sin \varphi$  заменён на  $\varphi$ , легко найти

$$x_{мин} = \pm n \frac{F\lambda}{b} \quad - \text{положение минимумов,} \quad (7)$$

$$x_{макс} = \pm(2n + 1) \frac{F\lambda}{2b} \quad - \text{положение максимумов.} \quad (8)$$

Распределение интенсивности дифракционной картины вдоль оси  $x$  представлено на рис. 11. Из формулы (7) следует, что расстояния между соседними минимумами такие же, как и между соседними максимумами (кроме расстояний между центральным и первым максимумами). Как видно

из рисунка, интенсивность света в максимумах быстро убывает с увеличением порядка максимума. Наибольшая доля полной световой энергии на экране (более 90 %) приходится на центральный максимум.

Рассмотрим зависимость дифракционной картины от ширины щели. Из формул (7) и (8) следует, что координаты минимумов и максимумов обратно пропорциональны ширине щели. Поэтому по мере сужения щели максимумы и минимумы удаляются от центра, при этом максимумы становятся более размытыми (рис. 11). Если ширина щели равна длине световой волны  $\lambda$ , то из формулы (5) для первого минимума получается условие  $\sin \varphi = 1$  и,

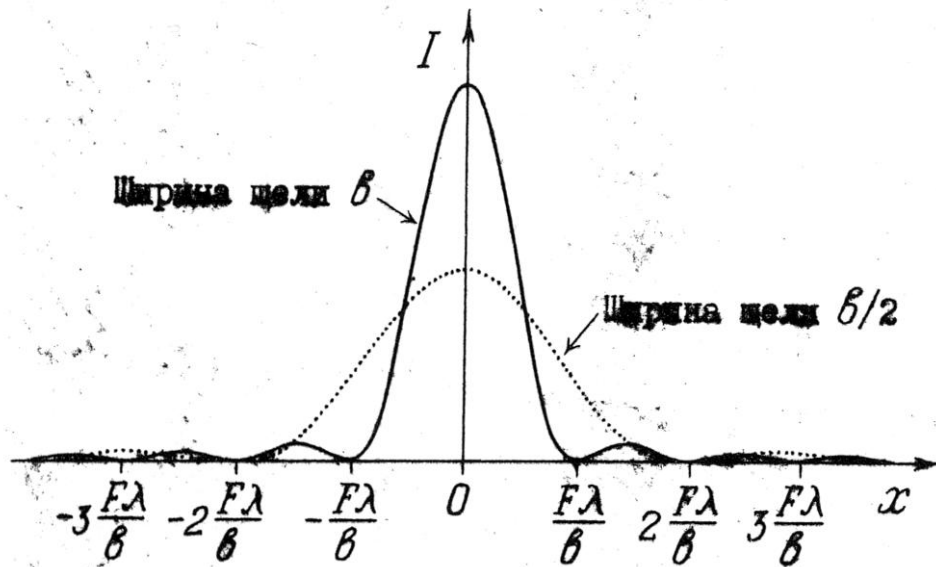


Рис. 11

следовательно,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . При таком угле отклонения лучей, идущих к первому минимуму, этот минимум на экране располагается в бесконечности. В результате, интенсивность от центра экрана к его краю будет убывать монотонно. Такой характер дифракционной картины сохранится и при дальнейшем уменьшении ширины щели. Наоборот, с увеличением ширины щели координаты максимумов и минимумов уменьшаются, максимумы становятся более узкими и яркими – дифракционная картина сжимается. При очень большой ширине щели она стягивается к центру экрана и обращается в изображение источника, даваемое системой линзы  $L_1$  и  $L_2$  (рис. 8), т.е. согласуется с законами геометрической оптики.

Заметим в заключение, что на практике вместо точечного источника света обычно используют узкую светящуюся щель, параллельную щели, на которой происходит дифракция. Различные точки щели дают дифракционные картины, смещённые по оси  $y$ . На экране при этом получается картина, представляющая собой чередование светлых и тёмных полос, параллельных оси  $y$ . Яркость такой картины значительно больше, чем при пользовании точечным источником света.



## ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Дифракционная решётка представляет собой непрозрачный экран, в котором имеется  $N$  параллельных щелей одинаковой ширины  $b$ , расположенных на одном и том же расстоянии  $a$  друг от друга. Величина  $d = a + b$  называется *периодом*, или *постоянной решётки*. Дифракция на решётке осуществляется по схеме Фраунгофера, разобранной в предыдущем пункте для одной щели. Эта схема в сечении плоскостью, перпендикулярной щелям решётки, представлена на рис. 12. Здесь  $S$  - источник, испускающий свет с длиной волны  $\lambda$ ,  $L_1$  - коллиматорная линза,  $N_1N_2$  - сечение решётки, ось  $x$  расположена на экране, находящемся в фокальной плоскости линзы  $L_2$ .

Колебания в точке наблюдения  $B$ , расположенную на поверхности экрана, приходят от находящихся внутри щелей участков вспомогательной

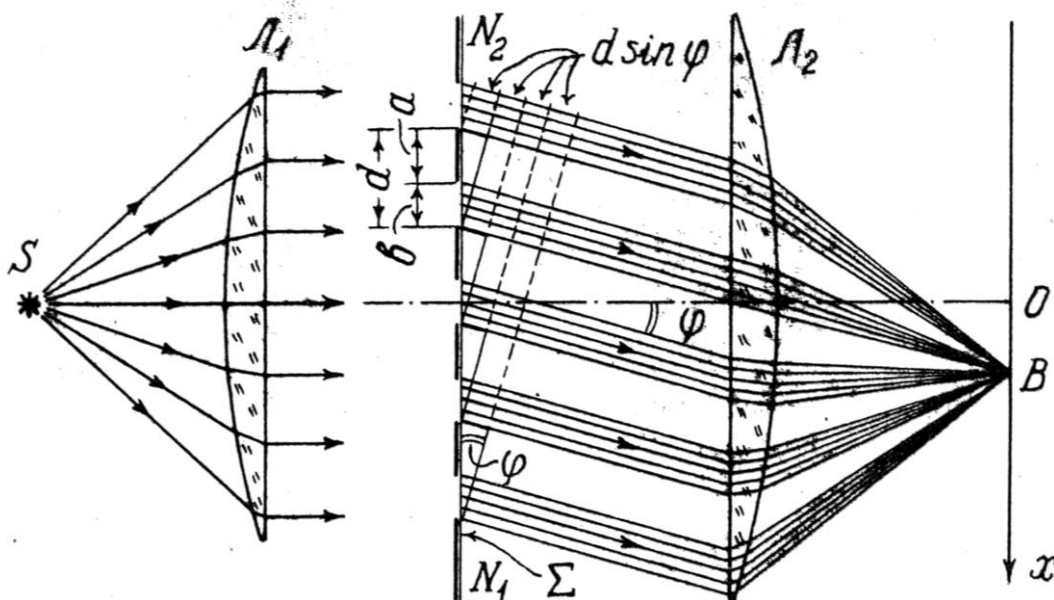


Рис. 12

поверхности  $\Sigma$ , которая совпадает с плоскостью решётки. Так как эта поверхность является волновой поверхностью для световых волн, испускаемых источником  $S$  и прошедших через коллиматорную линзу, то колебания вторичных источников, расположенных на ней, имеют одинаковую фазу. На каждой щели происходит дифракция. Однако дифракционная картина на экране не будет простым наложением дифракционных картин, получающихся от каждой из щелей. Пучки света, идущие от щелей, когерентны между собой и поэтому интерферируют в точке наблюдения. Интерференция приводит к существенному усложнению дифракционной картины. Поскольку дифракционная картина от отдельной

щели нам уже известна, сосредоточим внимание на том, что вносит интерференция.

Разобьём вспомогательную поверхность  $\Sigma$  внутри каждой щели на одинаковые узкие полоски, параллельные краям щели. Пусть  $A$  и  $A'$  - соответственные полоски двух соседних щелей (рис. 13). Расстояние между этими полосками равно периоду решётки  $d$ . Рассмотрим параллельные лучи, идущие от вторичных источников, расположенных на вспомогательной поверхности, под углом  $\varphi$  к нормали  $\vec{n}$ . Пользуясь рис. 13, легко установить, что оптическая разность хода лучей  $2$  и  $2'$ , идущих от соответственных полосок к точке наблюдения, равна  $d \sin \varphi$  и равна разности хода лучей  $1$  и  $1'$ , идущих к точке наблюдения от соответственных краёв соседних щелей.<sup>2</sup>

Стало быть, для любой пары соответственных полосок соседних щелей условия интерференции одинаковы. Поэтому, рассматривая интерференцию света, приходящего в точку наблюдения от щелей решётки,

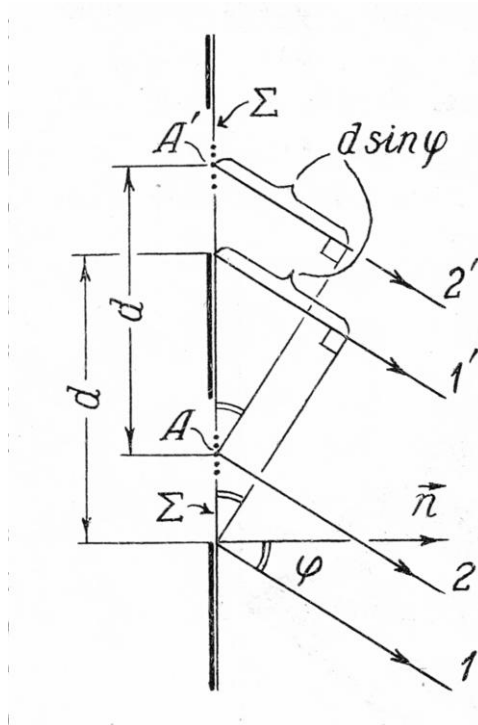


Рис. 13

можно решётку считать совокупностью  $N$  точечных когерентных источников, испускающих световые колебания с одинаковой начальной фазой и расположенных так, что оптическая длина пути от каждого следующего источника до точки наблюдения увеличивается на величину

$$\Delta l = d \sin \varphi \quad (9)$$

(здесь за первый источник принимается щель, от которой оптическая длина пути до точки наблюдения наименьшая).

Чтобы найти особенности распределения интенсивности в дифракционной картине, связанные с интерференцией света от совокупности щелей, обратимся к методу векторных диаграмм.

Амплитуды колебаний, приходящих в точку наблюдения от всех щелей, одинаковы. Поэтому на векторной диаграмме векторы  $A_1, A_2, \dots, \vec{A}_N$ , изображающие эти колебания, имеют одинаковую величину. Вместе с тем, колебание, пришедшее от какой-либо щели, будет отставать по фазе от колебания, пришедшего от предыдущей щели, на некоторый угол  $\Delta\Phi$ , обусловленный наличием разности хода  $\Delta l$ . Учитывая, что при разности хода, равной  $\lambda$ , отставание по фазе равно  $2\pi$ , из пропорции

<sup>2</sup> Напомним, что в случае прохождения через линзу параллельного пучка лучей оптическая длина пути от плоскости, перпендикулярной пучку, до точки их схождения на экране для всех лучей одинакова.

$$\frac{\Delta\Phi}{2\pi} = \frac{\Delta l}{\lambda}$$

найдем при помощи формулы (1.9)

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \varphi. \quad (10)$$

Следовательно, на векторной диаграмме суммарное колебание изображается вектором  $\vec{A} = \sum_{i=1}^N \vec{A}_i$ , представляющим собой замыкающую ломаной линии, которая состоит из звеньев одинаковой величины, причём каждое звено повернуто по отношению к предыдущему на один и тот же угол  $\Delta\Phi$  (рис. 14, а). Величина вектора  $\vec{A}$  определяет амплитуду суммарного колебания, а её квадрат – интенсивность света в точке наблюдения.

Наибольшая интенсивность будет в тех точках экрана, в которые колебания от всех щелей приходят в одинаковой фазе, т.е. для которых

$$\Delta\Phi = 2\pi n, \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (11)$$

В этих случаях все векторы  $\vec{A}_i$  на векторной диаграмме имеют одинаковое направление, ломаная превращается в прямую, и при сложении векторов

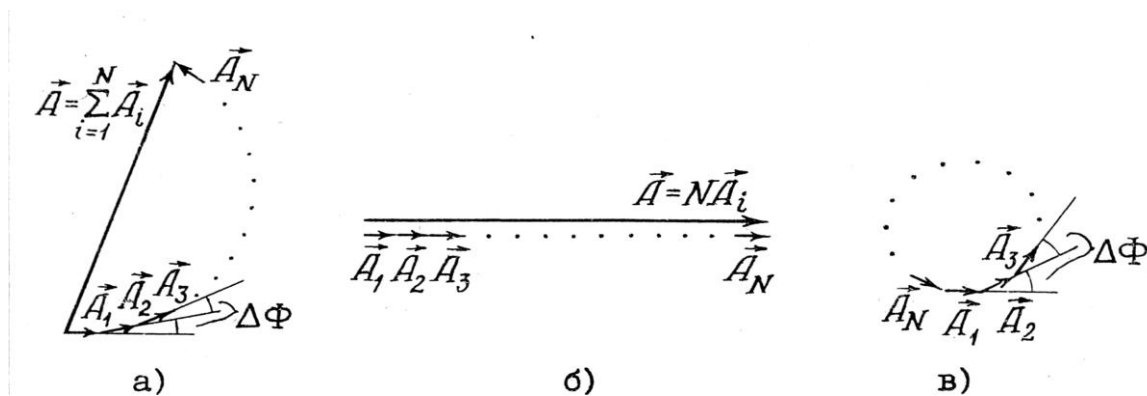


Рис. 14

получается максимально возможная суммарная амплитуда  $A = NA_i$  (рис. 14, б). Эти точки экрана соответствуют так называемым *главным максимумам* дифракционной картины, даваемой решёткой. Из формул (10) и (11) для главных максимумов получается следующее условие

$$d \sin \varphi = n\lambda. \quad (12)$$

Модуль целого числа  $n$ , входящего в эту формулу, называется порядком максимума и определяет номер максимума от центра картины (центральный максимум при  $\varphi = 0$  считается нулевым).

В тех точках экрана, в которых приходящие от всех щелей колебания при сложении взаимно уничтожаются, будут наблюдаться минимумы дифракционной картины. На векторной диаграмме им соответствуют такие расположения векторов  $\vec{A}_i$ , при которых конец последнего вектора  $\vec{A}_N$

совпадает с началом первого вектора  $\vec{A}_i$  (рис. 14, в). В этих случаях ломаная превращается в правильный многоугольник, имеющий  $N$  сторон. Направление каждой из сторон этого многоугольника получается поворотом на угол  $\Delta\Phi$  направления предыдущей стороны. Направление последней стороны, будучи повёрнуто на тот же угол относительно направления предыдущей стороны и в то же время на угол  $N\Delta\Phi$  относительно направления первой, совпадает с направлением первой стороны. Это возможно, если выполняется условие

$$N\Delta\Phi = 2\pi m, \quad (13)$$

где  $m$  - целое положительное или отрицательное число, но такое, что  $m \neq nN$ . В самом деле, при  $m = nN$  условие (13) превращается в условие (1.11), соответствующее главным максимумам. При помощи формулы (10) получим из (13) условие минимумов в виде

$$d \sin \phi = \frac{m}{N} \lambda \quad (m \neq nN). \quad (14)$$

Формулы (1.12) и (1.14) можно объединить в одну:

$$d \sin \phi = \frac{m}{N} \lambda \quad \begin{cases} m \neq nN - \text{условие минимумов,} \\ m = nN - \text{условие главных максимумов.} \end{cases} \quad (15)$$

Полагая в этой формуле последовательно  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , найдём, что главные максимумы и минимумы будут располагаться по мере удаления от центра экрана в следующем порядке:

$\sin \phi = 0$  - центральный главный максимум ( $n = 0$ ),

$$\left. \begin{array}{l} \sin \phi = \frac{1}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \\ \sin \phi = \frac{2}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \\ \dots\dots\dots \\ \sin \phi = \frac{N-1}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \end{array} \right\} N-1 \text{ минимумов,}$$

$\sin \phi = \frac{\lambda}{d}$  - главный максимум 1-го порядка ( $n = 1$ ),

$$\left. \begin{array}{l} \sin \phi = \frac{N+1}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \\ \sin \phi = \frac{N+2}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \\ \dots\dots\dots \\ \sin \phi = \frac{2N-1}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \end{array} \right\} N-1 \text{ минимумов,}$$

$\sin \phi = 2 \frac{\lambda}{d}$  - главный максимум 2-го порядка ( $n = 2$ ),

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi = \frac{2N+1}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} N-1 \text{ минимумов...}$$

Придавая  $m$  отрицательные значения  $-1, -2, -3, \dots$ , получим аналогичное чередование максимумов и минимумов, отличающееся лишь знаками углов  $\varphi$ , т.е. дифракционная картина оказывается симметричной относительно значения  $\varphi=0$ .

Таким образом, между соседними главными максимумами располагается  $N-1$  минимумов, между которыми, естественно, в свою очередь, находятся максимумы (вторичные максимумы), однако их интенсивность весьма мала по сравнению с главными максимумами (не более 5 % от интенсивности ближайшего главного максимума).

На распределении интенсивности в дифракционной картине, даваемой решёткой, кроме интерференции световых пучков, идущих от щелей, сказывается и дифракция, происходящая на каждой из щелей по отдельности.

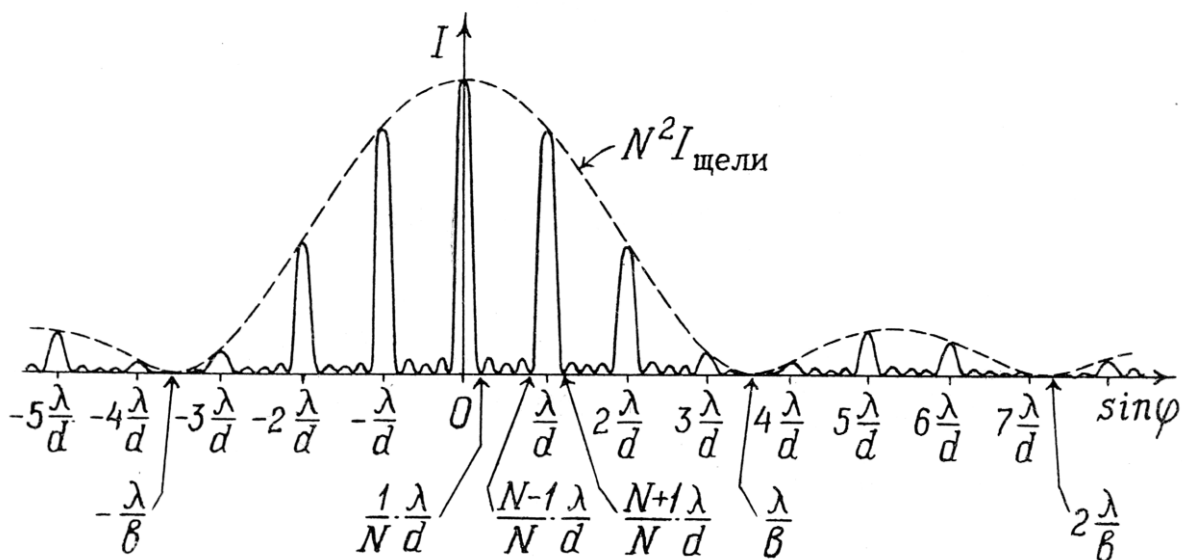


Рис. 15

Во-первых, ясно, что минимумы картины от отдельной щели, определяемые формулой (5), сохраняются и в картине, даваемой решёткой, так как в эти точки ни одна щель не посылает света вообще (все  $A_i = 0$ ). Во-вторых, интенсивность света в главных максимумах пропорциональна интенсивности  $I_{щели}$ , которую даёт отдельная щель в соответствующем направлении: действительно, амплитуда суммарного колебания в главных максимумах  $A = NA_i$ , откуда, возводя это равенство в квадрат и учитывая, что  $I \sim A^2$  и  $I_{щели} \sim A_i^2$ , находим  $I = N^2 I_{щели}$ . На рис. 15 показана зависимость интенсивности  $I$  в дифракционной картине, даваемой решёткой, имеющей пять щелей, от величины  $\sin \varphi$ . Штрихами показана зависимость от  $\sin \varphi$

величины  $N^2 I_{щели}$ . Таким образом, наиболее яркими оказываются главные максимумы, расположенные в области центрального максимума картины одной щели, т.е., как это следует из формулы (5), для которых  $-\frac{\lambda}{b} < \sin \varphi < \frac{\lambda}{b}$ . Число этих максимумов зависит от соотношения между шириной щели  $b$  и периодом решётки  $d$ ; изображённая на рис. 15 картина соответствует решётке, у которой  $\frac{d}{4} < b < \frac{d}{3}$ . Наоборот, те главные максимумы, которые находятся вблизи минимумов дифракционной картины одной щели, будут слабыми и могут вообще отсутствовать, если их положение совпадает с положением минимума от отдельной щели. В частности, если  $d = 2b$ , то отсутствуют все главные максимумы чётных порядков.

Итак, дифракционная картина решётки в монохроматическом свете представляет собой чередование главных максимумов, разделённых тёмными промежутками, поскольку ввиду малой интенсивности вторичные максимумы практически не видны. Существенно, что с увеличением числа щелей ширина максимумов уменьшается, так как ограничивающие их с обеих сторон минимумы сближаются. Это важное свойство – узость главных максимумов – позволяет использовать решётки с большим числом щелей  $N$  в качестве спектральных аппаратов (у хороших решёток с периодом порядка  $10^{-3}$  мм при размерах решётки до 10 см число щелей достигает сотен тысяч).

### **Дифракционная решётка как спектральный аппарат**

Спектральным аппаратом можно назвать всякое устройство, которое позволяет произвести спектральный анализ светового потока. Одной из задач спектрального анализа является определение длин волн, входящих в состав этого потока. Преимущество использования для этой цели решётки по сравнению с призмным спектрографом заключается в том, что для решётки с известным периодом не требуется предварительной градуировки. Она даёт возможность измерять длины волн сразу в единицах длины, причём с очень большой точностью.

Если в схеме Фраунгофера, используемой для получения дифракции с помощью решётки (рис. 12), источник света  $S$  немонохроматический, то на экране возникает совокупность дифракционных картин, образованных монохроматическими волнами, входящими в состав излучения источника. Из формулы (15) следует, что каждой длине волны соответствует своё расположение максимумов, так что дифракционная картина будет представлять собой спектральное разложение света, излучаемого источником. На рис. 16 представлена дифракционная картина от источника, излучающего свет, содержащий волны с длинами  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$  (показано только расположение главных максимумов). Линии этой картины определяются условиями:

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= n\lambda_1, \\ d \sin \varphi &= n\lambda_2, \\ d \sin \varphi &= n\lambda_3. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В центре экрана выполняется условие максимума для всех длин волн ( $\varphi = 0, n = 0$ ) – здесь располагается яркий центральный максимум. По мере удаления от центра будут располагаться максимумы первого порядка ( $n = 1$ ), причём в порядке возрастания длины волны: чем больше  $\lambda$ , тем больше  $\varphi$  в формулах (16). Совокупность максимумов первого порядка образует спектр

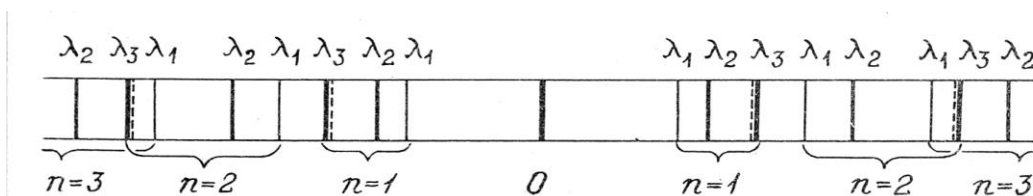


Рис. 16

первого порядка. Затем в той же последовательности располагаются максимумы второго порядка ( $n = 2$ ), образуя спектр второго порядка, и т.д. Начиная с некоторого порядка, спектры перекрываются (на рис. 16 это происходит уже во втором порядке), что, конечно, затрудняет спектральный анализ.

Чтобы найти длины волн, которым соответствуют линии спектра (главные максимумы дифракционной картины), нужно измерить взаимное расположение линий. Относительная ошибка таких измерений тем меньше, чем больше расстояния между линиями, т.е. чем больше растянут спектр. Для оценки растянутости спектра, даваемого данным спектральным аппаратом, вводится величина, которую называют *дисперсией*. Дифракционные решётки обычно характеризуют так называемой *угловой дисперсией*, которая определяется следующим образом. Пусть параллельные пучки, образующие главные максимумы одного порядка для двух близких друг к другу длин волн  $\lambda_2$  и  $\lambda_1$ , составляют между собой угол  $\Delta\varphi$ . Тогда угловой дисперсией  $D$  будет отношение этого угла к разности  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  этих длин волн, т.е.

$$D = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}. \quad (17)$$

Для нахождения дисперсии решётки возьмём дифференциал от обеих частей формулы (12), определяющей положение главных максимумов. В результате получится

$$d \cdot \cos \varphi \cdot \Delta\varphi = n \cdot \Delta\lambda$$

(здесь во избежание путаницы с обозначением периода решётки в качестве символа дифференциала использован знак  $\Delta$ ). Отсюда, используя определение (17), найдём

$$D = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} = \frac{n}{d \cdot \cos\varphi}. \quad (18)$$

Эта формула показывает, что угловая дисперсия решётки увеличивается с ростом порядка спектра и уменьшается обратно пропорционально периоду решётки. Таким образом, чем меньше период решётки, тем точнее могут быть измерены длины волн в спектре.

При изучении спектров важно не только точно измерить длины волн спектральных линий, но и различить линии с близкими значениями длин волн, поскольку такие линии в спектрах могут сливаться друг с другом. Для разделения их, помимо большой дисперсии, нужно, чтобы главные максимумы дифракционной картины были достаточно узкими. На рис. 17 показан результат наложения двух близких максимумов разной ширины. Интенсивности складываемых максимумов изображены штриховыми линиями, результирующая интенсивность – сплошной линией. В обоих случаях расстояние  $\Delta x$  между максимумами (дисперсия) одно и то же. Но в случае а) максимумы узкие, результирующая интенсивность имеет заметный

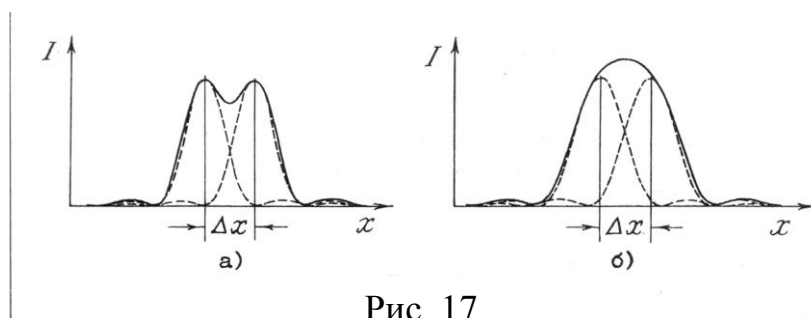


Рис. 17

провал – максимумы можно различить. В случае же б) максимумы более широкие (на 20 %), результирующая интенсивность представляет собой один широкий максимум – накладывающиеся максимумы неразличимы.

Для характеристики способности спектральных аппаратов разделять линии, соответствующие близким длинам волн, вводится понятие о *разрешающей способности*, или *разрешающей силе*. Разрешающей способностью  $A$  спектрального аппарата называют отношение

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (19)$$

где  $\lambda$  - длина волны, вблизи которой ведётся исследование, а  $\delta\lambda$  - минимальная разность длин волн, разрешимых данным аппаратом. Согласно этому определению, разрешающая способность тем выше, чем меньше  $\delta\lambda$ , т.е. чем более близкие длины волн можно разрешить.

Вопрос о том, в каком случае считать линии различимыми, вообще говоря, несколько условный. Исходя из типичного хода интенсивности в максимумах, даваемых различными спектральными аппаратами, Рэлей установил, что на практике всегда можно различить максимумы, если максимум одной длины волны  $\lambda + \delta\lambda$  приходится на минимум, следующий за максимумом того же порядка другой длины волны  $\lambda$ . В этом случае интенсивность света в промежутке между максимумами приблизительно на



20 % меньше интенсивности самих максимумов. Именно такой случай имеет место на рис. 17, а.

Выведем формулу для разрешающей способности решётки. Для длины волны  $\lambda$  положение минимума, следующего непосредственно за главным максимумом  $n$ -го порядка, определяется из формулы (15), в которой следует положить  $m = nN + 1$ , т.е. угол дифракции  $\varphi_1$  для этого минимума удовлетворяет условию  $\sin \varphi_1 = \frac{nN + 1}{N} \lambda$ . Угол дифракции  $\varphi_2$  для главного максимума того же порядка при длине волны  $\lambda + \delta\lambda$  удовлетворяет условию  $\sin \varphi_2 = n(\lambda + \delta\lambda)$ . При выполнении условия Рэлея  $\varphi_1 = \varphi_2$ . Следовательно,  $\frac{nN + 1}{N} \lambda = n(\lambda + \delta\lambda)$ . Отсюда, пользуясь формулой (19) найдём для разрешающей способности решётки выражение

$$A = nN. \quad (20)$$

Таким образом, разрешающая способность решётки зависит от порядка дифракционного спектра и от полного числа щелей и не зависит от периода решётки. Поэтому повысить её при работе в спектре определённого порядка можно только за счёт увеличения числа щелей, что, как известно, приводит к сужению главных максимумов. Увеличение же дисперсии решётки (за счёт уменьшения периода) не отражается на её разрешающей способности: вместе с увеличением расстояния между максимумами одновременно увеличивается и их ширина. По разрешающей способности хорошая решётка мало уступает большинству спектральных аппаратов и позволяет разрешать длины волн, отличающиеся на сотые доли ангстрема.

## ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

**Целью работы** является определение параметров дифракционной решетки — ее периода и угловой дисперсии, а также определение при помощи дифракционной решетки длин волн спектра ртутной лампы.

Как известно из теории, условие главных максимумов дифракционной картины решетки выражается формулой

$$d \sin \varphi = n\lambda, \quad (21)$$

где  $d$  — период решетки,  $\varphi$  — «угол дифракции» для рассматриваемого максимума,  $\lambda$  — длина световой волны,  $n = 0, 1, 2, \dots$  — порядок максимума, т.е. его порядковый номер, считая от центра картины. Эта формула позволяет, измеряя углы дифракции, определить неизвестный период решетки, если задано значение длины волны, и наоборот, найти неизвестную длину волны по заданному периоду решетки.

## Схема установки

Установка состоит из размещенных внутри кожуха источников света, в качестве которых в задаче используются натриевая и ртутная лампы, гониометра ГС-5 и дифракционной решетки. Гониометр (рис.18) состоит из коллиматора *K*, столика *C*, на который помещается решетка, и зрительной трубы *T*, через которую наблюдается дифракционная картина.

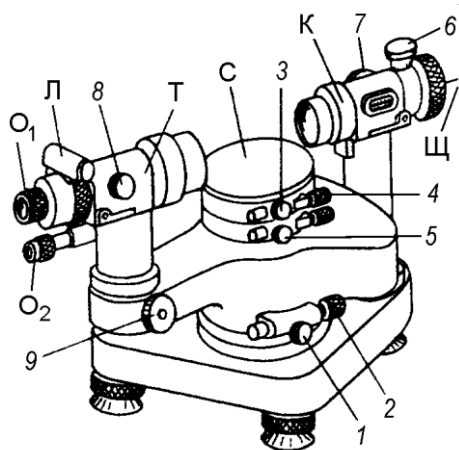


Рис. 18

Зрительная труба может вращаться в горизонтальной плоскости рукой, для чего следует освободить винт 1. (В случае необходимости более плавного вращения для точной наводки нужно, наоборот, затянуть винт 1 и поворачивать трубу вращением винта 2). Угол поворота трубы регистрируется по лимбу, шкала которого наблюдается через окуляр *O<sub>2</sub>*. Шкала освещается специальной лампочкой, выключатель которой расположен на нижнем основании гониометра с левой стороны. Между окуляром и объективом трубы находится крест нитей, позволяющий правильно установить трубу и сфокусировать ее на бесконечность. Фокусировка окуляра производится поворотом его за оправу (*O<sub>1</sub>*), фокусировка объектива — вращением винта 8.

Столик может вращаться вокруг вертикальной оси, для чего следует отпустить винт 3. (Для плавного вращения нужно, наоборот, затянуть винт 3 и поворачивать винт 4).

Коллиматор имеет на конце, обращенном к источнику света, вертикальную щель *Щ*, ширину которой можно изменять вращением головки 6. На эту щель при помощи линзы, вмонтированной в стенку ящика с лампами, фокусируется световой поток, идущий от лампы, так что далее от щели идет расходящийся пучок лучей. Таким образом, именно эта щель играет роль геометрического источника в дифракционной схеме. Положение щели по отношению к линзе коллиматора можно изменять при помощи винта 7.

Для того, чтобы схема соответствовала условиям дифракции Фраунгофера, необходимо, чтобы:

- 1) дифракционную картину образовывали лучи, идущие от решетки параллельно друг другу. Для этого нужно сфокусировать зрительную трубу на бесконечность. При такой фокусировке роль собирающей линзы играет объектив трубы, а возникающая в его фокальной плоскости дифракционная картина рассматривается через окуляр;

2) падающие на решетку лучи также должны образовывать параллельный пучок. Для этого необходимо, чтобы щель находилась в фокальной плоскости коллиматора.

Настройка схемы производится согласно инструкции, которая выдается лаборантом при выполнении работы.

### Отсчет углов

Угол, определяющий направление оси трубы при ее поворотах относительно столика, регистрируется по двум шкалам, которые видны в окуляр  $O_2$  при включенной подсветке. Вращая трубу (грубо — вручную, точно — вращением винта 2), устанавливают ее так, чтобы вертикальная нить креста совпала с рассматриваемой точкой объекта, видимой в окуляр  $O_1$  (в нашей задаче — с исследуемой спектральной линией).

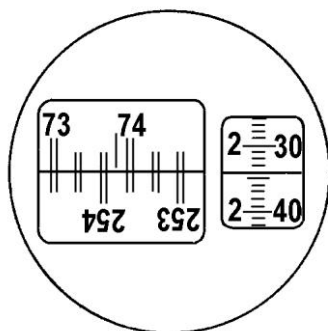


Рис. 19

Вращением маховика 9 в ту или иную сторону точно совмещают двойные штрихи верхней и нижней частей шкалы левого окна. *Число градусов* определяется числом, стоящим на верхней шкале слева от неподвижного штриха (73 на рис.19). Затем на нижней части шкалы находят число, отличающееся от этого числа градусов на 180 (253 на рис.19), и смотрят, сколько интервалов располагается между двойными штрихами, соответствующими этим двум числам (5 интервалов на рис.19). Это число интервалов дает *число десятков минут*. *Число единиц минут* определяется по шкале правого окна: оно равно цифре в левом ряду, стоящей выше неподвижной горизонтальной черты (2 на рис.19). *Число секунд* определяется по этой же шкале числом в правом ряду, находящимся выше горизонтальной черты, и количеством малых делений, заключенных между этим числом и горизонтальной чертой (34 на рис.19). Таким образом, случаю, изображенному на рис.19, соответствует отсчет  $73^{\circ}52'34''$ .

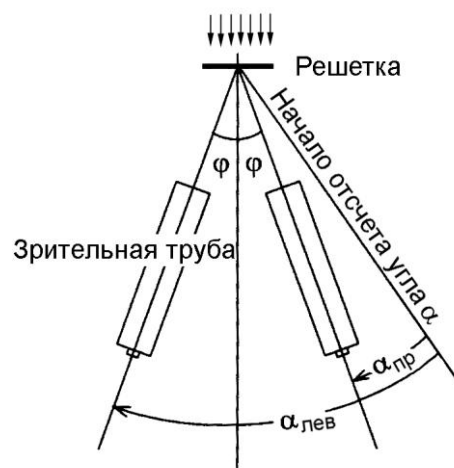
### Упражнение №1.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

Источником света в этом упражнении служит натриевая лампа (включается лаборантом!). Период решетки определяется по формуле

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \varphi}, \quad (22)$$

непосредственно вытекающей из формулы (21). Натриевая лампа излучает в видимой области спектра волны с близкими значениями длины волны  $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$  и  $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-7} \text{ мм}$ ), так что ее спектр, даваемый решеткой, состоит в каждом порядке из двух расположенных рядом линий (дублетов). Для вычисления периода решетки достаточно измерить углы дифракции  $\varphi$  для линий, соответствующих меньшей длине волны  $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$ . Вращая трубу, наводят вертикальную нить креста на ту из двух линий в каждом дублете, которая лежит ближе к центральному максимуму, и делают отсчет по шкале гониометра. Регистрации подлежат линии первых трех порядков по обе стороны от центрального максимума. Если в первом порядке линии дублета не разрешаются, т.е. сливаются в одну, то при расчете  $d$  в формулу (22) для  $n = 1$  подставляют среднее значение  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .



Вид сверху

Рис. 20

Измеренные значения углов  $\alpha$  записывают в первые два столбца табл.1. Как видно из рис.20, значение угла дифракции  $\varphi$  равно полуразности отсчетов слева и справа для соответствующих линий определенного порядка:  $\varphi = 1/2 |\alpha_{лев} - \alpha_{пр}|$ . Заполняют два последних столбца табл.1, находят среднее значение периода решетки, оценивают погрешности измерений и с их учетом записывают окончательный результат.

Таблица 1.

| n | $\alpha$ |        | $\varphi =  \alpha_{лев} - \alpha_{пр}  / 2$ | d(mm) |
|---|----------|--------|----------------------------------------------|-------|
|   | слева    | справа |                                              |       |
| 1 |          |        |                                              |       |
| 2 |          |        |                                              |       |
| 3 |          |        |                                              |       |

## Упражнение №2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИН ВОЛН СПЕКТРА РТУТНОЙ ЛАМПЫ И УГЛОВОЙ ДИСПЕРСИИ РЕШЕТКИ

Натриевая лампа заменяется ртутной (*ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ ПРОИЗВОДИТСЯ ЛАБОРАНТОМ !*). В видимой части спектра ртутной лампы имеются четыре линии: фиолетовая, зеленая и две желтые. Прежде, чем приступить к измерениям, рекомендуется, вращая зрительную трубу, ознакомиться с расположением линий в спектрах первых трех порядков, осмыслив соответствие наблюдаемой картины с теорией. Длины волн этих линий вычисляются по формуле

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{n}, \quad (23)$$

непосредственно вытекающей из формулы (21). Значение периода решетки известно из упр.1, измерение углов производится точно так же, как в упр.1. Для каждой из четырех длин волн составляются одинаковые таблицы, аналогичные табл.1, но с заменой последнем столбце « $d$ » на столбец « $\lambda$ », в которые заносятся результаты измерений и последующих вычислений. Для каждой длины волны находят ее среднее значение, оценивают погрешности измерений и с их учетом представляют окончательный результат.

Угловая дисперсия решетки вычисляется для желтой области в спектре третьего порядка. Она рассчитывается как по формуле, являющейся ее определением,

$$D_{\text{экс}} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda}, \quad (24)$$

так и по теоретической формуле

$$D_{\text{теор}} = \frac{n}{d \cos \varphi}. \quad (25)$$

В формулу (24) в качестве  $\Delta \varphi$  подставляется разность  $|\varphi_{\text{жI}} - \varphi_{\text{жII}}|$  углов дифракции для линий желтая-I и желтая-II в спектре третьего порядка, а в качестве  $\Delta \lambda$  разность длин волн этих линий. В формуле (25) полагается  $n = 3$ , в качестве  $\varphi$  берется среднее значение углов дифракции  $\varphi_{\text{жI}}^{(3)}$  и  $\varphi_{\text{жII}}^{(3)}$  для первой и второй желтых линий в спектре третьего порядка:

$$\varphi = \frac{1}{2} \varphi_{\text{жI}}^{(3)} + \varphi_{\text{жII}}^{(3)},$$

а значение периода решетки найдено в упр.1. Угловую дисперсию принято представлять в единицах  $A^0-1$ , поэтому  $\Delta \varphi$  в (24) следует выразить в радианах, а  $d$  в (25) — в ангстремах ( $1^\circ = 0,017453 \text{ рад}$ ,  $1' = 0,000290$

рад,  $1'' = 0,000005 \text{ рад}$ ,  $1 \text{ мм} = 10^7 \text{ \AA}$ ). Оценив погрешность, сопоставляют значения дисперсии, полученные по обеим формулам.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Что такое дифракция света?
2. Нарисуйте и прокомментируйте дифракционную схему Фраунгофера, используемую в данной задаче.
3. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
4. Запишите и объясните условия главных максимумов в дифракционной картине решетки.
5. Как выглядит дифракционная картина решетки с большим числом щелей, если излучение источника света состоит из монохроматических волн с длинами волн  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4$ ?
6. Дайте определение и выведите расчетную формулу для угловой дисперсии дифракционной решетки.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Белов Д.В. Электромагнетизм и волновая оптика.- МГУ, 1994:  
§§ 25–27, 32, 33, а также ознакомиться с §§ 28, 29.
2. Савельев И. В. Курс общей физики: уч. пособие. в 5 кн. кн. 4.  
Волны. Оптика.. М. Наука Физматлит, 1998.  
Глава 5. Дифракция света..  
§ 5.1 Введение.  
§ 5.2 Принцип Гюйгенса-Френеля.  
§ 5.3 Зоны Френеля.  
§ 5.6 Дифракционная решетка.