

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**имени М. В. Ломоносова**

---

**Физический факультет  
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния**

**Методическая разработка  
по общему физическому практикуму**

**Лаб. работа № 31**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА  
ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ  
ПО МЕТОДУ СТОКСА**

**Лабораторную работу поставили  
доц. Авксентьев Ю.И., доц. Иванова Т.И.**

**Москва - 2023**

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

**Цель работы** — определение коэффициента внутреннего трения глицерина по методу Стокса. В задаче изучается движение маленького шарика из сплава Вуда в глицерине.

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

На шарик, падающий в вязкой жидкости, действуют три силы: сила тяжести, сила Архимеда, сила внутреннего трения. Предполагается, что шарик достаточно мал, поэтому при движении он не возмущает жидкость и не оставляет за собой никаких завихрений. Такой шарик, двигаясь в жидкости, вовлекает в движение прилегающие слои жидкости, причем скорость этих слоев тем меньше, чем дальше они находятся от шарика. Таким образом, при вычислении сопротивления среды следует учитывать трение отдельных слоев жидкости друг о друга, а не трение шарика о жидкость. Для маленького шарика при малых скоростях падения в безграничной жидкости сила сопротивления по закону Стокса равна

$$f = 6 \pi \eta r V, \quad (1)$$

где  $\eta$  - коэффициент внутреннего трения,  $r$  - радиус шарика,  $V$  - скорость движения шарика.

Уравнение движения шарика в жидкости запишется в виде

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ш} g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ж} g - 6 \pi \eta r V, \quad (2)$$

где  $\rho_{ш}$  - плотность вещества шарика,  $\rho_{ж}$  - плотность глицерина.

Как видно, сила тяжести и сила Архимеда — постоянные величины, а сила сопротивления зависит от скорости движения шарика.

Вначале шарик движется с ускорением, его скорость возрастает, следовательно, возрастает и сила сопротивления, что, в свою очередь, приводит к уменьшению ускорения. Движение шарика считается установившимся, когда его ускорение становится пренебрежимо малым. Тогда уравнение (2) приобретает вид

$$0 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ш} g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ж} g - 6 \pi \eta r V. \quad (3)$$

Из (3) получаем формулу для определения  $\eta$  :

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho_{ш} - \rho_c}{V_0} g r^2. \quad (4)$$

Формула (4) не учитывает влияния стенок сосуда на движение шарика, она получена для случая бесконечно протяженной жидкости.

Если шарик падает вдоль оси цилиндрического сосуда, то влияние стенок сосуда радиуса  $R$  учитывается следующей формулой:

$$\eta = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho_{ш} - \rho_c}{V_0(1 + 2,4r/R)}. \quad (5)$$

Рассмотрим более подробно характер движения шарика в вязкой жидкости. Определим зависимость скорости шарика от времени.

Запишем уравнение (2) в виде

$$m \frac{dV}{dt} = A - 6 \pi \eta r V, \quad (6)$$

где постоянная

$$A = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_{ш} - \rho_{ж}). \quad (7)$$

Для того чтобы решить дифференциальное уравнение (6), введем новую переменную

$$U = V - \frac{A}{6\pi\eta r} \quad (8)$$

и таким образом избавимся от постоянной  $A$ .

Очевидно,  $dU = dV$ . Уравнение (6) приобретает вид

$$m \frac{dU}{dt} = -6 \pi \eta r U. \quad (9)$$

Разделив обе части уравнения (9) на  $U$  и умножив на  $dt$ , получим

$$\frac{dU}{U} = -\frac{6\pi\eta r}{m} dt. \quad (10)$$

Проинтегрировав уравнение (10), имеем

$$\ln U = -\frac{6\pi\eta r}{m} t + const. \quad (11)$$

Постоянная интегрирования определяется из начальных условий:  $t = 0, V = 0$  и  $U = U_0$ . Согласно (8)

$$U_0 = -\frac{A}{6\pi\eta r}. \quad (12)$$

При  $t = 0$  выражение (11) запишется в виде

$$\ln U_0 = \text{const}. \quad (13)$$

Подставив (13) в выражение (11), получим

$$\ln \frac{U}{U_0} = -\frac{6\pi\eta r}{m} t, \quad (14)$$

или

$$U = U_0 e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t}. \quad (15)$$

Переходя к переменной  $V$  (8) и учитывая (12), запишем формулу (15) в виде

$$V = \frac{2}{9} \frac{r^2 g (\rho_{\text{ш}} - \rho_c)}{\eta} \left( 1 - e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t} \right) \quad (16)$$

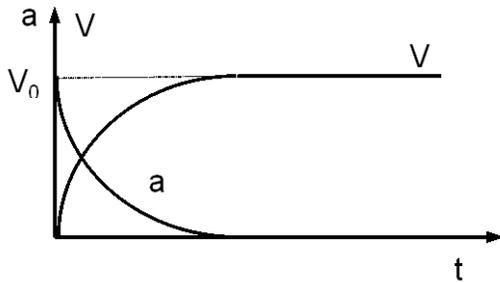


Рис.1

Как видно из выражения (16), скорость шарика с течением времени стремится к выражению

$$V_0 = \frac{2}{9} \frac{r^2}{\eta} g (\rho_{\text{ш}} - \rho_c). \quad (17)$$

Движение со скоростью  $V_0$  называется установившимся.

Ускорение шарика изменяется со временем по закону

$$a(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \frac{\pi r^3}{m} g (\rho_{\text{ш}} - \rho_c) e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t}. \quad (18)$$

На рис. 1 представлены графики изменения скорости и ускорения шарика со временем.

## ИЗМЕРЕНИЯ

Установка состоит из микроскопа с окулярным микрометром (рис.2) вместе с блоком питания осветителя (рис. 3)

и стеклянной мензурки, заполненной дистиллированной водой, внутри которой находится стеклянный цилиндр с глицерином (рис.4).

1. Окулярный микрометр.
2. Наглазник окуляра.
3. Окуляр.
4. Рукоятка установки коэффициента увеличения микроскопа.
5. Осветитель.
6. Фиксатор положения микроскопа на стойке.
7. Рукоятка фокусировки изображения.

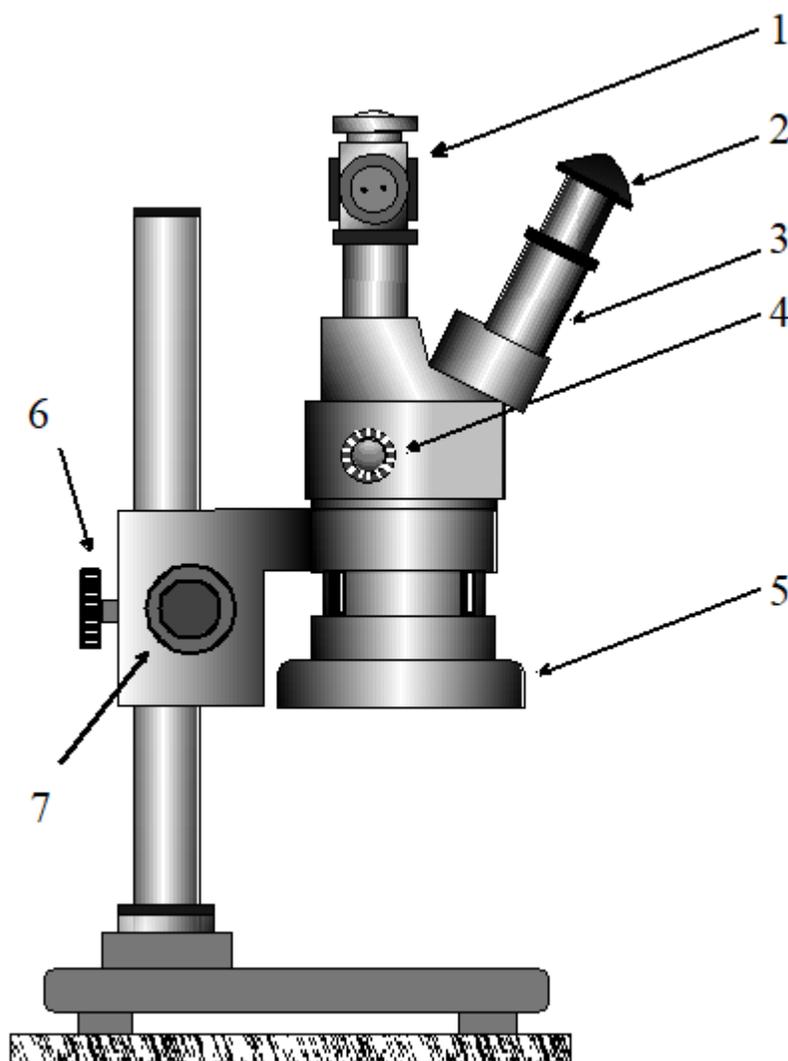


Рис. 2

Вода в мензурке уменьшает влияние на вязкость глицерина изменения температуры в помещении.

Для измерения вязкости глицерина используются маленькие шарики из сплава Вуда.

### ИЗМЕРЕНИЕ РАДИУСА ШАРИКА

Перед измерением переключатель 4 (см. рис.2) устанавливают в положение 2. Диаметр шарика измеряется с помощью окулярного микрометра (1), установленного на

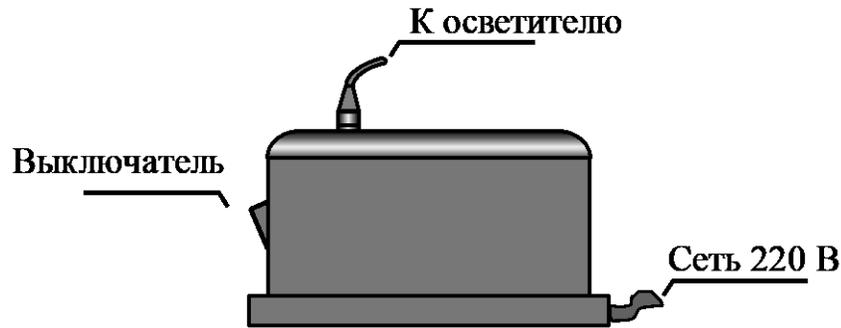


Рис. 3

микроскопе (рис.2). Общий вид окулярного микрометра и его поля зрения представлены на рис 5.

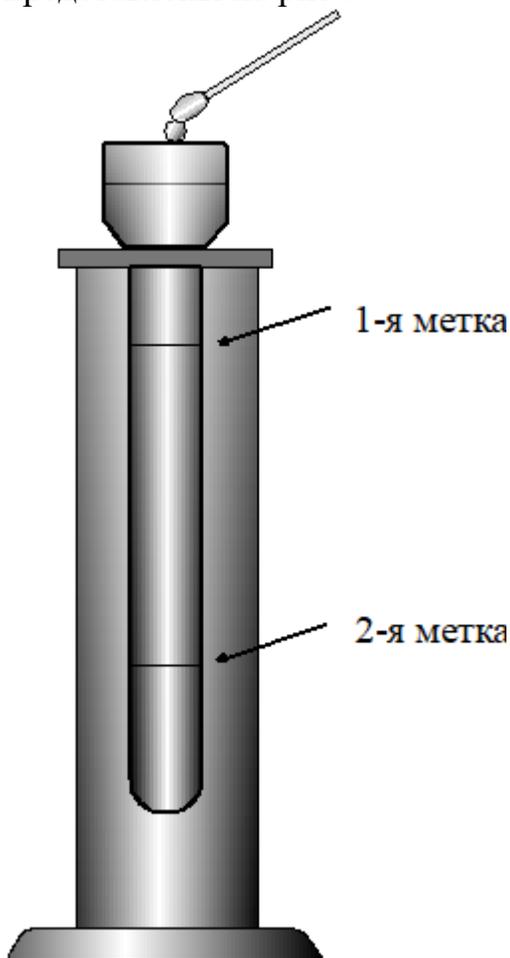


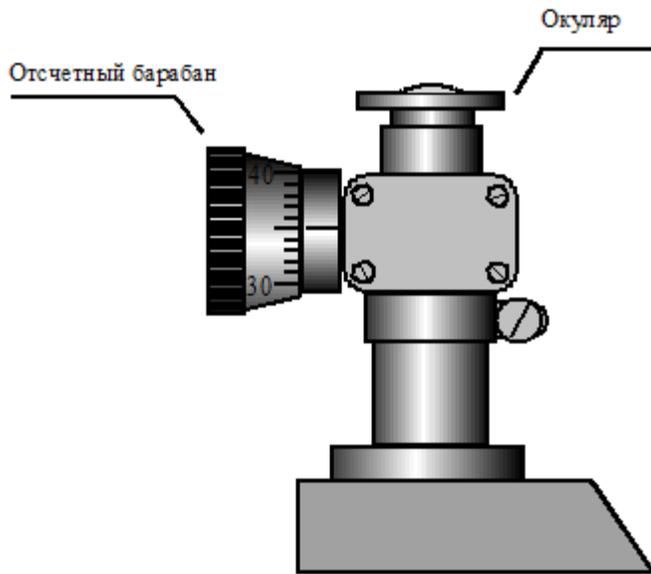
Рис. 4

Процесс измерения коэффициента внутреннего трения  $\eta$  начинается с определения диаметра шарика. Стеклой лопаточкой берут один шарик из мензурки, в которой они хранятся в глицерине, и переносят его на край стеклянной пластинки.

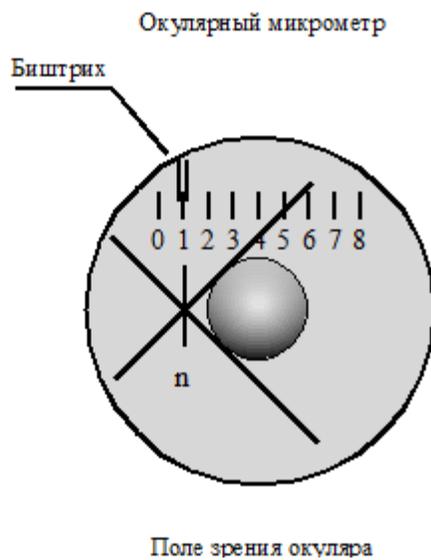
Той же палочкой прокатывают шарик по пластинке в направлении ее центра с целью удаления с его поверхности лишнего слоя глицерина. Эта процедура нужна для того, чтобы под микроскопом контур шарика выглядел четко. После этого укладывают пластинку с шариком на столик микроскопа таким образом, чтобы шарик оказался в поле зрения окулярного микрометра. Наблюдая шарик в окулярный микрометр, устанавливают его так, чтобы его центр располагался посередине неподвижной линейки. Затем вращением отсчетного устройства барабана (рис.5) и смещением

стеклянной пластинки добиваются того, чтобы линии перекрестия касались

контура шарика так, как это показано на том же рисунке. После такой установки пластинки центр перекрестия будет перемещаться по диаметру



шарика. Центр перекрестия совпадает с серединой биштриха, который в процессе измерения движется вдоль неподвижной шкалы. Смещение биштриха на одно деление по шкале соответствует одному полному обороту барабана отсчетного устройства – 100 малым делениям на его шкале.



Для измерения диаметра шарика в малых делениях окулярного микрометра поступают следующим образом: устанавливают центр перекрестия на левый край диаметра шарика и записывают его координату. Например, биштрих находится между делениями 1 и 2, а показание отсчетного барабана соответствует 35 делениям. В этом случае координата в малых делениях равна  $-1 \cdot 100 + 35 = 135$ . Аналогично находится координата правого конца диаметра,

Рис. 5

например,  $3 \cdot 100 + 15 = 315$ . Диаметр шарика в малых делениях равен  $-n = 315 - 135 = 180$ . Цена одного малого деления « $K$ » в мм. была определена с помощью объект микрометра и равна для микроскопа №1 –  $K_1 = 0.00615\text{мм/дел.}$  (для остальных  $K$  указана на столике микроскопа). Следовательно, диаметр шарика в мм. в этом примере равен  $d = 0.00615 \cdot 180$

= 1.107 мм. (объект микрометр это тонкая прозрачная пленка с изображением линейки с известным с большой точностью расстоянием между соседними делениями).

После этого вычисляют радиус шарика  $r$ . Результат вычисления записывают в таблицу.

### ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ШАРИКА

Переносят пластинку с шариком к цилиндру с глицерином. С помощью стеклянной лопаточки снимают шарик с пластинки и осторожно опускают в сосуд с глицерином как можно ближе к его оси. На цилиндрическом сосуде с глицерином нанесены две круговые метки. Одна на 5-6 см ниже уровня глицерина, другая, примерно, на 20 см ниже верхней (точное расстояние между метками указано на мензурке). В тот момент, когда шарик проходит верхнюю метку, включают секундомер и выключают его, когда шарик проходит нижнюю метку.

Время движения шарика между метками заносят в таблицу.

По времени движения и расстоянию между метками вычисляют скорость движения шарика  $V$ . По формуле (4) описания вычисляют коэффициент вязкости глицерина  $\eta$ . Результаты вычислений также заносят в таблицу.

Подобные измерения проводят для пяти шариков. Результаты сводятся в таблицу.

Таблица

$l =$ , см				
	$r$ , см	$t$ , с	$V$ , см/с	$\eta$ , пуаз
1				
2				
3				
...				
5				

### ЗАДАНИЕ

По результатам измерений вычислить среднее значение  $\eta$ , с указанием полной абсолютной и относительной погрешности измерения.

Коэффициент внутреннего трения  $\eta$  измеряется в пуазах ( $г/см\ с$ ). В системе СИ  $\eta$  имеет размерность  $кг/м\ с$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Д.В. «Механика», изд. Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова 1998, глава II –Динамика материальной точки, § 7 – Второй закон Ньютона как дифференциальное уравнение движения, § 10 – Силы в ньютоновской механике, стр. 36 – 37.

2. Савельев И. В. «Курс общей физики» в 5-и книгах. Книга I «Механика», 1998 г., гл. 9, Гидродинамика,

§ 9.4 Силы внутреннего трения,

§ 9.5 Ламинарное и турбулентное течения,

§ 9.7 Движение тел в жидкостях и газах.